2 PROJEKTNA AERODINAMIKA

2.1 Aerodinamički koeficijenti zrakoplova

2.1.1 Definicije

Djelovanje zraka na letjelicu može se zamijeniti jednom aerodinamičkom silom u središtu mase i jednim aerodinamičkim momentom oko središta mase. Ta aerodinamička sila i taj aerodinamički moment imaju po tri komponente u koordinatnom sustavu kojim se koristimo. Kada su u pitanju aerodinamička sila ili aerodinamički moment zrakoplova upotrebljavamo dva koordinatna sustava: koordinatni sustav letjelice ili aerodinamički koordinatni sustav. Ovisno o problemu koji rješavamo, odabrat ćemo jedan od tih dvaju koordinatnih sustava. Komponente obilježavamo i nazivamo:

- u <u>koordinatnom sustavu letjelice</u> komponente sile $\begin{bmatrix} X & Y & Z \end{bmatrix}^T$ nazivamo :
 - -X aksijalna sila i označavamo je sa A,
 - Y je bočna sila i
 - -Z normalna sila, označava se sa N.

Komponente momenta $\begin{bmatrix} L & M & N \end{bmatrix}^T$ nazivamo :

- *L* je moment valjanja,
- ${\cal M}\,$ moment propinjanja i
- N moment skretanja;
- u <u>aerodinamičkom koordinatnom</u> sustavu komponente sile $\begin{bmatrix} X^A & Y^A & Z^A \end{bmatrix}^T$ nazivamo :

- X^A je otpor, označava se sa D, Y^A je bočna sila i - Z^A je uzgon, označava se sa L. Komponente momenta $\begin{bmatrix} L^A & M^A & N^A \end{bmatrix}^T$ nazivamo: L^A moment valjanja, M^A moment propinjanja i N^A moment skretanja.

Ovisno o oznaci kažemo da je to moment propinjanja ili skretanja u aerodinamičkom koordinatnom sustavu (M^A ili N^A), odnosno u koordinatnom sustavu letjelice (M ili N), s tim što aerodinamičke komponente duž osi letjelice nemaju nikakvih oznaka iznad slova ni

indeksa, a aerodinamičke komponente u aerodinamičkom koordinatnom sustavu imaju oznaku "A". Isto tako treba napomenuti da se u aerodinamičkom koordinatnom sustavu obično koriste samo komponente sila, a ne i komponente momenata. Pomoću matrica transformacija lako se izračunane komponente u jednom koordinatnom sustavu prenose u drugi koordinatni sustav.

U praksi se umjesto komponenata aerodinamičke sile i aerodinamičkog momenta koriste njihovi aerodinamički koeficijenti. To su bezdimenzijske veličine koje dobivamo dijeljenjem komponenata aerodinamičke sile s referentnom silom, a komponente aerodinamičkog momenta s referentnim momentom. Zato moramo definirati referentnu silu i referentni moment. Referenta sila je produkt referentnog tlaka i referentne površine, a referentni moment je produkt te referentne sile i referentne duljine.

Referentni tlak je uvijek isti. To je dinamički tlak izračunan sa aerodinamičkom brzinom, odnosno s brzinom opstrujavanja (rekli smo da su te dvije brzine po intenzitetu jednake, samo su suprotnog smjera):

$$q_{\infty} = \frac{\rho V^2}{2}$$
 2.1

Za zrakoplove referentna površina je površina krila s nepostojećim dijelom kroz tijelo zrakoplova.

Koeficijent aksijalne sile	$C_X = \frac{X}{q_{\infty}S_{ref}}$	Koeficijent momenta valjanja	$C_{\ell} = \frac{L}{q_{\infty}S_{ref}b}$
Koeficijent bočne sile	$C_Y = \frac{Y}{q_{\infty}S_{ref}}$	Koeficijent momenta propinjanja	$C_m = \frac{M}{q_{\infty} S_{ref} c_A}$
Normalne sile	$C_Z = \frac{Z}{q_{\infty}S_{ref}}$	Koeficijent momenta skretanja	$C_n = \frac{N}{q_{\infty}S_{ref}b}$

	1 .		^	1
1.0	hh.	1100	<u>, j</u>	
10	11)	110.6	1 2-	
	•••			-

Premda standardi propisuju da zrakoplov ima jednu referentnu duljinu, u praksi je referentna duljina propinjanja različita od referentne duljine valjanja i skretanja, tj. za

zrakoplove se u praksi primjenjuju dvije referentne duljine. Za propinjanje referentna je duljina aerodinamička tetiva krila c_A , a za valjanje i skretanje raspon zrakoplova b.

Kao što komponente sila i momenata određujemo u nekom koordinatnom sustavu, tako će isto i aerodinamički koeficijenti biti definirani za određeni koordinatni sustav. Ako su komponente bile duž osi koordinatnog sustava letjelice, onda ne treba nikakvo posebno označavanje koordinatnog sustava. Jednostavno označenim koeficijentima $C_X, C_Y, C_Z, C_\ell, C_m, C_n$ podrazumijeva se da su u koordinatnom sustavu letjelice. U tablici su prikazani aerodinamički koeficijenti zrakoplova za koordinatni sustav letjelice.

Duž osi aerodinamičkog koordinatnog sustava upotrebljavamo samo aerodinamičke koeficijente sila C_{XA} , C_{YA} i C_{ZA} . Ti aerodinamički koeficijenti su algebarski brojevi koji imaju predznak komponenata X^A , Y^A i Z^A . Budući da su uvijek komponente X^A i Z^A negativne, uvijek su negativni i njihovi aerodinamički koeficijenti

$$C_{XA} = -C_D, \quad C_{YA} = C_K, \quad C_{ZA} = -C_L,$$
 2.2

gdje smo sa C_D , C_L i C_K označili uvijek pozitivne koeficijente, a to su aerodinamički koeficijenti: sile otpora D, sile uzgona L i bočne sile K. Veličine D i L su uvijek pozitivne, jer su njihov pravac i smjer poznati. Aerodinamički koeficijenti momenata duž osi aerodinamičkog koordinatnog sustava obično nisu potrebni.

Svi aerodinamički koeficijenti u općem slučaju su funkcije:

• aerodinamičkih parametara:

Machova broja
$$Ma = \frac{V}{a}$$
 i Reynoldsova broja $Re = \frac{V\ell}{V}$ 2.3

gdje je l duljina opstrujavanja, a v je kinematički koeficijent viskoznosti zraka,

kutova položaja aerodinamičke brzine u odnosu na letjelicu

$$\alpha$$
 i β ; 2.4

• bezdimenzijskih kutnih brzina aerodinamičke brzine u odnosu na letjelicu

$$\dot{\alpha}^* = \frac{\dot{\alpha}}{V_{\infty}/c_A} \qquad \dot{\beta}^* = \frac{\beta}{V_{\infty}/b}; \qquad 2.5$$

• bezdimenzijskih kutnih brzina letjelice

$$p^* = \frac{p}{V_{\infty}/b}$$
 $q^* = \frac{q}{V_{\infty}/c_A}$ $r^* = \frac{r}{V_{\infty}/b}$; 2.6

otklona upravljačkih površina

 δ_{ℓ} otklon krilaca (aileron)

- δ_m otklon kormila visine oko osi y letjelice (elevator)
- δ_n otklon kormila pravca oko osi z letjelice (ruder)
- otklona
- δ_f otklon zakrilca (flaps)

otklon pretkrilca

zračnih kočnica (spoiler) itd.



Slika 2-1. Pozitivni smjerovi rotacija, momenata i otklona upravljačkih površina

Određivanje aerodinamičkih koeficijenata ovisno o parametarima i konfiguraciji letjelice zadaća je aerodinamike. Ona se rješava na različite načine. Teoretski pristup na temelju mehanike fluida vodi nas na numeričko rješavanje sustava parcijalnih diferencijalnih jednadžbi sa zadanim rubnim uvjetima na letjelici i u beskonačnosti, koji rješavamo numeričkim metodama na računalima. Eksperimentalno aerodinamički koeficijenti se određuju u zračnom tunelu, ili na temelju izmjerenoga gibanja letjelice u letu.

Pokazat ćemo kako se mogu metodama "projektne aerodinamike" procijeniti aerodinamički koeficijenti.

2.1.2 Aerodinamički model zrakoplova

Danas su najčešće dvije različite aerodinamičke konfiguracije zrakoplova. To je klasična shema zrakoplova, prikazana na slici 2-1, i shema *canard*. U prvoj krilo je isprijed, a horizontalni rep straga, a u drugoj krilo je straga a isprijed su *canari*. Iza tih vidljivih razlika postoje i bitno različite uloge nosećih površina. Kod obje sheme krilo ima ulogu stvaranja velike normalne sile. Međutim, dok kod normalne sheme horizontalni rep ima ulogu stabilizatora, kod sheme *canard* krilo ima pored uloge kreatora normalne sile i ulogu stabilizatora.

Za obje sheme a priori su svi aerodinamički koeficijenti funkcije svih parametra:

1

$$C_{X} = C_{X}(\alpha, \beta, \dot{\alpha}^{*}, \beta^{*}, p^{*}, q^{*}, r^{*}, \delta_{\ell}, \delta_{m}, \delta_{n})$$

$$C_{Y} = C_{Y}(\alpha, \beta, \dot{\alpha}^{*}, \dot{\beta}^{*}, p^{*}, q^{*}, r^{*}, \delta_{\ell}, \delta_{m}, \delta_{n})$$

$$C_{Z} = C_{Z}(\alpha, \beta, \dot{\alpha}^{*}, \dot{\beta}^{*}, p^{*}, q^{*}, r^{*}, \delta_{\ell}, \delta_{m}, \delta_{n})$$

$$C_{\ell} = C_{\ell}(\alpha, \beta, \dot{\alpha}^{*}, \dot{\beta}^{*}, p^{*}, q^{*}, r^{*}, \delta_{\ell}, \delta_{m}, \delta_{n})$$

$$C_{m} = C_{m}(\alpha, \beta, \dot{\alpha}^{*}, \dot{\beta}^{*}, p^{*}, q^{*}, r^{*}, \delta_{\ell}, \delta_{m}, \delta_{n})$$

$$C_{n} = C_{n}(\alpha, \beta, \dot{\alpha}^{*}, \dot{\beta}^{*}, p^{*}, q^{*}, r^{*}, \delta_{\ell}, \delta_{m}, \delta_{n})$$

$$2.8$$

Prvo trebamo iskoristiti činjenicu da je koordinatna ravnina 0xz ujedno ravnina simetrije konfiguracije. To znači da C_x mora biti parno po veličinama β , $\dot{\beta}$, p,r, δ_{ℓ} i δ_n :

$$C_{X} = C_{X} \left(\alpha, \beta^{2}, \dot{\alpha}^{*}, \dot{\beta}^{*2}, p^{*2}, q^{*}, r^{*2}, \delta_{\ell}^{2}, \delta_{m}, \delta_{n}^{2} \right)$$

Osim te egzaktne činjenice, koristimo i druga svojstva zrakoplova. Prije diskusije o svojstvima aerodinamičkih koeficijenata razvijmo ih u red po parametrima.

$$C_{X} = C_{X0} + C_{X\alpha}\alpha + C_{X\beta^{2}}\beta^{2} + C_{X\dot{\alpha}}\dot{\alpha}^{*} + C_{X\dot{\beta}^{2}}\dot{\beta}^{*2} + C_{Xp^{2}}p^{*2} + C_{Xq}q^{*} + C_{Xr^{2}}r^{*2} + C_{X\dot{\beta}^{2}}\delta^{2} + C_{X\dot{\beta}^{2}}\delta^{2} + C_{X\dot{\delta}_{m}}\delta_{m} + C_{X\dot{\delta}_{n}^{2}}\delta^{2}_{n}$$

$$C_{Y} = C_{Y0} + C_{Y\alpha}\alpha + C_{Y\beta}\beta + C_{Y\dot{\alpha}}\dot{\alpha}^{*} + C_{Y\dot{\beta}}\dot{\beta}^{*} + C_{Yp}p^{*} + C_{Yq}q^{*} + C_{Yr}r^{*} + C_{Y\delta_{\ell}}\delta_{\ell} + C_{Y\delta_{m}}\delta_{m} + C_{Y\delta_{n}}\delta_{n}$$

$$C_{Z} = C_{Z0} + C_{Z\alpha}\alpha + C_{Z\beta}\beta + C_{Z\dot{\alpha}}\dot{\alpha}^{*} + C_{Z\dot{\beta}}\dot{\beta}^{*} + C_{Zp}p^{*} + C_{Zq}q^{*} + C_{Zr}r^{*} + C_{Z\delta_{\ell}}\delta_{\ell} + C_{Z\delta_{m}}\delta_{m} + C_{Z\delta_{n}}\delta_{n}$$

Isto tako za momente

$$C_{\ell} = C_{\ell 0} + C_{\ell \alpha} \alpha + C_{\ell \beta} \beta + C_{\ell \dot{\alpha}} \dot{\alpha}^* + C_{\ell \dot{\beta}} \dot{\beta}^* + C_{\ell p} p^* + C_{\ell q} q^* + C_{\ell r} r^* + C_{\ell \delta_{\ell}} \delta_{\ell} + C_{\ell \delta_m} \delta_m + C_{\ell \delta_n} \delta_n$$

$$C_m = C_{m0} + C_{m\alpha} \alpha + C_{m\beta} \beta + C_{m\dot{\alpha}} \dot{\alpha}^* + C_{m\dot{\beta}} \dot{\beta}^* + C_{mp} p^* + C_{mq} q^* + C_{mr} r^* + C_{m\delta_{\ell}} \delta_{\ell} + C_{m\delta_m} \delta_m + C_{m\delta_n} \delta_n$$

$$C_n = C_{n0} + C_{n\alpha} \alpha + C_{n\beta} \beta + C_{n\dot{\alpha}} \dot{\alpha}^* + C_{n\dot{\beta}} \dot{\beta}^* + C_{np} p^* + C_{nq} q^* + C_{mr} r^* + C_{n\delta_{\ell}} \delta_{\ell} + C_{n\delta_m} \delta_m + C_{n\delta_n} \delta_n$$

Prije svake diskusije uočimo da zbog simetrije zrakoplova $C_{Y0} = 0$, $C_{\ell 0} = 0$ i $C_{n0} = 0$.

Gibanje zrakoplova u vertikalnoj ravnini bez valjanja nazivamo uzdužno gibanje, a valjanje i skretanje nazivamo bočno gibanje. Normalno se u letu ta dva gibanja pojavljuju skupa. To je logična posljedica načina upravljanja zrakoplova, koji ima polarni način upravljanja. O tome će biti više riječi kasnije u vezi s performansama zrakoplova.

Za vrijeme leta zrakoplova u vertikalnoj ravnini, njegova ravnina simetrije ostaje u toj vertikalnoj ravnini. U tom letu upravlja se otklonom δ_m , a mijenjaju se parametri α , $\dot{\alpha}$ i q. Te veličine α , $\dot{\alpha}$, q i δ_m nazivamo varijable uzdužnog leta, dok su varijable bočnog gibanja β , $\dot{\beta}$, p, r, δ_n i δ_ℓ . Bez obzira na to kakav je taj let u vertikalnoj ravnini, tj. kolike su varijable α , $\dot{\alpha}$ i q, ne pojavljuje se ni bočna aerodinamička sila Y, ni moment skretanja N, ni moment valjanja L. Na temelju te činjenice opravdano usvajamo da komponente Y, N i L nisu funkcije varijabli uzdužnoga gibanja α , $\dot{\alpha}$, q, i δ_m :

$$C_{Y} = C_{Y\beta}\beta + C_{Y\dot{\beta}}\dot{\beta}^{*} + C_{Yp}p^{*} + C_{Yr}r^{*} + C_{Y\delta_{\ell}}\delta_{\ell} + C_{Y\delta_{n}}\delta_{n}$$
$$C_{\ell} = C_{\ell\beta}\beta + C_{\ell\dot{\beta}}\dot{\beta}^{*} + C_{\ell p}p^{*} + C_{\ell r}r^{*} + C_{\ell\delta_{\ell}}\delta_{\ell} + C_{\ell\delta_{n}}\delta_{n}$$
$$C_{n} = C_{n\beta}\beta + C_{n\dot{\beta}}\dot{\beta}^{*} + C_{np}p^{*} + C_{nr}r^{*} + C_{n\delta_{\ell}}\delta_{\ell} + C_{n\delta_{n}}\delta_{n}$$

U poglavlju o dinamičkoj stabilnosti zrakoplova bit će pokazano da mali poremećaji varijabla bočnog gibanja β , p, r, δ_n i δ_ℓ ne utječu na uzdužno gibanje. To omogućuje pretpostavku po kojoj u komponentama uzdužnog gibanja Z i M možemo zanemariti utjecaj varijabli poprečnog gibanja β , $\dot{\beta}$, p, r, δ_ℓ i δ_n :

$$C_{Z} = C_{Z0} + C_{Z\alpha}\alpha + C_{Z\dot{\alpha}}\dot{\alpha}^{*} + C_{Zq}q^{*} + C_{Z\delta_{m}}\delta_{m}$$
$$C_{m} = C_{m0} + C_{m\alpha}\alpha + C_{m\dot{\alpha}}\dot{\alpha}^{*} + C_{mq}q^{*} + C_{m\delta_{m}}\delta_{m}$$

Na veličinu koeficijenta aksijalne sile, možemo zanemariti utjecaj svih kutnih brzina (kutne brzine *p*, *q* i *r*), derivacije napadnog kuta $\dot{\alpha}$ i kuta klizanja $\dot{\beta}$, kao i otklone upravljačkih površina, ali ne i utjecaj napadnog kuta α niti kuta klizanja β , pa je

$$C_X = C_{X0} + C_{X\alpha}\alpha + C_{X\beta^2}\beta^2$$

Konačno u koeficijentu valjanja zanemarujemo utjecaj kutne brzine skretanja $\dot{\beta}^*$, pa su pod ovim pretpostavkama konačno aerodinamički koeficijenti

$$C_{X} = C_{X0} + C_{X\alpha}\alpha + C_{X\beta^{2}}\beta^{2}$$

$$C_{Y} = C_{Y\beta}\beta + C_{Yp}p^{*} + C_{Yr}r^{*} + C_{Y\delta_{n}}\delta_{n}$$

$$C_{Z} = C_{Z0} + C_{Z\alpha}\alpha + C_{Z\dot{\alpha}}\dot{\alpha}^{*} + C_{Zq}q^{*} + C_{Z\delta_{m}}\delta_{m}$$

$$C_{\ell} = C_{\ell\beta}\beta + C_{\ell p}p^{*} + C_{\ell r}r^{*} + C_{\ell\delta_{\ell}}\delta_{\ell} + C_{\ell\delta_{n}}\delta_{n}$$

$$C_{m} = C_{m0} + C_{m\alpha}\alpha + C_{m\dot{\alpha}}\dot{\alpha}^{*} + C_{mq}q^{*} + C_{m\delta_{m}}\delta_{m}$$

$$C_{n} = C_{n\beta}\beta + C_{np}p^{*} + C_{nr}r^{*} + C_{n\delta_{\ell}}\delta_{\ell} + C_{n\delta_{n}}\delta_{n}$$

Parcijalne derivacije aerodinamičkih koeficijenata po parametrima nazivamo *derivativi* ili *gradijenti*. U ovom aerodinamičkom modelu ima 24 parcijalnih derivacija aerodinamičkih koeficijenata i sve su a priori funkcije Machova broja. Otkloni upravljačkih površina prelaze granice proporcionalnosti pa su zato derivativi uz otklone, funkcije i tih otklona upravljačkih površina. Osim ta 24 derivativa, trebamo i tri nulte vrijednosti: za aksijalnu silu C_{x0} , za koeficijent normalne sile C_{z0} i za moment propinjanja C_{m0} . Te nulte vrijednosti, kao i parcijalne derivacije čine zajedno 27 funkcija Machova broja.

2.1.3 Veze između aerodinamičkih koeficijenata

Pri određivanju performansi zrakoplova upotrebljavamo aerodinamičke koeficijente u aerodinamičkom koordinatnom sustavu (C_D i C_L). Pomoću matrice transformacije \mathbf{L}_{AF} (u aerodinamički koordinatni sustav iz koordinatnog sustava letjelice) možemo povezati komponente aerodinamičke sile $\begin{bmatrix} X^A & Y^A & Z^A \end{bmatrix}^T$ u aerodinamičkom koordinatnom sustavu s komponentama $\begin{bmatrix} X & Y & Z \end{bmatrix}^T$ u koordinatnom sustavu letjelice. U prethodnom poglavlju vidjeli smo da je matrica transformacije u aerodinamički koordinatni sustav iz koordinatnog sustava letjelice

$$\mathbf{L}_{AF} = \mathbf{L}_{Z}(\beta)\mathbf{L}_{Y}(-\alpha) = \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\beta & \sin\beta & \sin\alpha\cos\beta \\ -\cos\alpha\sin\beta & \cos\beta & -\sin\alpha\sin\beta \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix}.$$
 2.9

Dijeljenjem s referentnom silom dobivamo veze između koeficijenata

$$\begin{bmatrix} -C_{\rm D} \\ C_{\rm K} \\ -C_{\rm L} \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{\rm AF} \begin{bmatrix} C_{\rm X} \\ C_{\rm Y} \\ C_{\rm Z} \end{bmatrix}.$$
 2.10

Tako dobivamo jednadžbe veza :

$$C_{D} = -C_{X} \cos \alpha \cos \beta - C_{Y} \sin \beta - C_{Z} \sin \alpha \cos \beta$$

$$C_{K} = -C_{X} \cos \alpha \sin \beta + C_{Y} \cos \beta - C_{Z} \sin \alpha \sin \beta$$

$$C_{L} = C_{X} \sin \alpha - C_{Z} \cos \alpha .$$

2.11

Derivacijom treće jednadžbe po napadnom kutu dobivamo:

$$\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} = \frac{\partial C_X}{\partial \alpha} \sin \alpha + C_X \cos \alpha - \frac{\partial C_Z}{\partial \alpha} \cos \alpha + C_Z \sin \alpha \, .$$

Za $\alpha = 0$ dobivamo vezu

$$\left(\frac{\partial C_L}{\partial \alpha}\right)_0 = C_{X0} - \left(\frac{\partial C_Z}{\partial \alpha}\right)_0.$$
 2.12

Kako je $C_{X0} = -C_{D0}$, a $C_Z = -C_N$, ovu jednadžbu možemo napisati u obliku

$$(C_{L\alpha})_0 = (C_{N\alpha})_0 - C_{D0}.$$
 2.13

Iz toga vidimo da je uvijek $(C_{L\alpha})_0$ manje od $(C_{N\alpha})_0$ za vrijednost C_{D0} . U slučaju zrakoplova treba razlikovati $(C_{L\alpha})_0$ od $(C_{N\alpha})_0$, jer C_{D0} nije zanemarivo u odnosu na $(C_{L\alpha})_0$ ili $(C_{N\alpha})_0$. No, ta razlika nije velika.

Za male vrijednosti kutova α i β jednadžbe veza imaju oblik

$$C_D = -C_X - \beta C_Y - \alpha C_Z$$

$$C_K = -\beta C_X + C_Y$$

$$C_L = \alpha C_X - C_Z$$
.
2.14

Na isti način možemo dobiti inverzne ovisnosti:

$$C_{X} = -C_{D} \cos \alpha \cos \beta - C_{K} \cos \alpha \sin \beta + C_{L} \sin \alpha$$
$$C_{Y} = -C_{D} \sin \beta + C_{K} \cos \beta$$
$$C_{Z} = -C_{D} \sin \alpha \cos \beta - C_{K} \sin \alpha \sin \beta - C_{L} \cos \alpha$$

koje za male kutove imaju oblik

$$C_{X} = -C_{D} - C_{K}\beta + C_{L}\alpha$$

$$C_{Y} = -C_{D}\beta + C_{K}$$

$$C_{Z} = -C_{D}\alpha - C_{L}$$
2.15

2.2 Noseća površina

2.2.1 Geometrijske karakteristike

Koordinatni sustav noseće površine ima ishodište u vrhu korijenske tetive, os x duž korijenske tetive, os y je okomito na ravninu simetrije noseće površine, a os z čini desni trijedar (u ravnini simetrije krila).

Aerodinamička apscisa je srednja udaljenost napadnog ruba krila od os y

$$x_{A} = \frac{2}{S} \int_{0}^{b/2} x_{0}(y) \cdot c(y) \cdot dy, \qquad 2.16$$

gdje je $x_0(y)$ jednadžba napadnog ruba krila. Za trapeznu noseću površinu po toj jednadžbi nalazi se aerodinamička apscisa na udaljenosti od vrha korijenske tetive :

$$x_{A} = \frac{1+2\lambda}{1+\lambda} \cdot \frac{b \tan \Lambda_{LE}}{6}.$$
 2.17

Aerodinamička tetiva noseće površine dana je jednadžbom

$$c_A = \frac{2}{S} \int_{0}^{b/2} [c(y)]^2 \, dy \,. \tag{2.18}$$

Za trapeznu noseću površinu po toj jednadžbi aerodinamička tetiva se izračuanava prema obrascu :

$$c_A = \frac{2}{3}c_r \left(1 + \frac{\lambda^2}{1 + \lambda}\right). \tag{2.19}$$

Udaljenosti svih točaka u pravcu osi x letjelice označavat ćemo sa ℓ ako ih mjerimo od vrha zrakoplova. Međutim, u zrakoplovstvu se često udaljenosti mjere od aerodinamičke apscise krila, gdje se nalazi početak aerodinamičke tetive. Tu točku nazivamo *aerodinamičko ishodište*. Ako je početak krila udaljen ℓ_{0W} od vrha zrakoplova, onda je ℓ_A udaljenost aerodinamičkog ishodišta od vrha $\ell_A = \ell_{0W} + x_A$. Kada udaljenosti točaka mjerimo od aerodinamičkog ishodišta, označavamo ih sa *h*. Tako na primjer središte mase je udaljeno od vrha letjelice ℓ_m , a od aerodinamičkog ishodišta h_m . Treba li prelaziti s jedne na drugu udaljenost, onda koristimo vezu

$$\ell = \ell_A + h \,. \tag{2.20}$$



Slika 2-2. Aerodinamička tetiva i aerodinamičko ishodište

Bez obzira na to odakle mjerimo udaljenosti uvijek ih izražavamo u multiplima aerodinamičke tetive krila c_A , koja je referentna duljina u svim problemima propinjanja. Uvest ćemo oznake

$$\overline{\ell} = \frac{\ell}{c_A}$$
 i $\overline{h} = \frac{h}{c_A}$. 2.21

2.2.2 Veza između uzgona i normalne sile

Podsjetimo se da je uzgon letjelice komponenta aerodinamičke sile koja je u ravnini simetrije okomita na projekciju aerodinamičke brzine na ravninu simetrije letjelice, a da je normalna sila okomita na os x tromosti u istoj ravnini simetrije letjelice. Vezu između gradijenata uzgona i normalne sile vidjeli smo na kraju prethodnog odjeljka.

$$\left(C_{L\alpha}\right)_0 = \left(C_{N\alpha}\right)_0 - C_{D0}.$$
 2.22

Ova jednadžba vrijedi za zrakoplov u cjelini, ali i za krilo ili horizontalni rep. Krilo, horizontalni rep, vertikalni rep i canare zajednički nazivamo *noseće površine*. Napadni kut

noseće površine α mjerimo od aerodinamičke brzine do korijenske tetive krila. Kada je u pitanju noseća površina, treba uzeti u obzir još tri činjenice:

Prvo, za noseću površinu C_{D0} je vrlo malo u odnosu na (C_{Lα})₀ ili (C_{Nα})₀ (manje od 1%), pa u granicama točnosti, s kojom radimo, možemo C_{D0} u gornjoj jednadžbi zanemariti te je

$$\left(C_{L\alpha}\right)_0 = \left(C_{N\alpha}\right)_0. \tag{2.23}$$

Drugo, tipična ovisnost koeficijenta uzgona krila o napadnom kutu prikazana je na slici 2-3.



Slika 2-3. Ovisnost sile uzgona krila o napadnom kutu

Na većem dijelu, gdje napadni kut nije mali (npr. do $\approx 20^{\circ}$), ona se može predstaviti linearnom zavisnošću

$$C_{L}(\alpha) = C_{L\alpha}(\alpha - \alpha_{OL}), \qquad 2.24$$

u kojoj je $C_{L\alpha}$ konstantno u odnosu na napadni kut (ali je ovisno o Machovu broju). To znači da je na linearnom dijelu $C_{L\alpha} = (C_{L\alpha})_0$.

Zato je opravdano ne praviti razliku između $C_{L\alpha}$ i $C_{N\alpha}$ noseće površine.

• **Treće**, iz jednadžbe

$$C_L = C_X \sin \alpha - C_Z \cos \alpha$$

za $\alpha = 0$ slijedi da je

Na temelju ovih činjenica slijedi zaključak da na linearnom području, imaju sile uzgona i normalna sila isti gradijent i istu vrijednost pri nultom napadnom kutu. Drugim riječima, <u>na</u> linearnom području sila uzgona je brojno jednaka normalnoj sili i obje imaju istu ovisnost o <u>napadnom kutu</u> (slika 2-4).

$$C_{N}(\alpha) = C_{N\alpha}(\alpha - \alpha_{0}) \equiv C_{L}(\alpha) = C_{L\alpha}(\alpha - \alpha_{0}), \qquad 2.26$$

ali ne i isti pravac. U ovim jednadžbama je $\alpha_0 < 0$, što znači da je uzgon (ili normalna sila) jednak nuli kada je napadni kut $\alpha = \alpha_0 < 0$, tj. kada je os x krila ispod brzine (točnije ispod aerodinamičke projekcije brzine na ravninu simetrije krila). Taj negativni napadni kut α_0 pri kome je uzgon (normalna sila) jednak nuli nazivamo "kut nultog uzgona". Ako je u letu napadni kut krila jednak nuli, tj. aerodinamička brzina je u pravcu osi x krila, uzgon, pa i normalna sila, nisu jednaki nuli, već je to neka određena pozitivna vrijednost koeficijenta uzgona (ili normalne sile) $C_{L\alpha} \cdot (0 - \alpha_0) = C_{L\alpha} |\alpha_0|$. Ako noseća površina nije uvijena (tj. ako su tetive profila u svim presjecima paralelne) onda je kut nultog uzgona samog krila zapravo jednak kutu nultog uzgona profila koji je značajka profila.

Osim koeficijenta uzgona noseće površine C_L , koristimo i koeficijent uzgona profila koji označavamo sa c_ℓ , što ne treba dovoditi u vezu s koeficijentom momenta valjanja koga označavamo s velikim slovom C_ℓ , ali s istim indeksom.

2.2.3 Gradijent normalne sile

Dobru procjenu gradijenta koeficijenta uzgona u <u>subsonici</u> sve do kritičnog Machovog broja, možemo dobiti pomoću jednadžbe koja daje količnik gradijenta uzgona krila (ili gradijent normalne sile) prema vitkosti krila:

$$\left(\frac{C_{L\alpha}}{A}\right)_{W} = \frac{2\pi}{2 + \sqrt{4 + \left(\frac{2\pi A}{c_{\ell\alpha}}\right)^{2} \left(1 + \frac{tg^{2}A_{t}}{1 - Ma^{2}}\right)}} = \left(\frac{C_{N\alpha}}{A}\right)_{W}$$

A je vitkost noseće površine, Λ_t je strijela geometrijskog mjesta najveće debljine, a $c_{\ell\alpha}$ gradijent uzgona profila. Ta jednadžba je dobivena na temelju teorije vrtloga, uzimajući u obzir utjecaj stlačivosti i korekcije prema eksperimentalnim mjerenjima.

Linearizirana teorija noseće površine pokazuje da je u <u>transsonici i supersonici</u>, količnik gradijenta uzgona (ili gradijenta normalne sile) i vitkosti, funkcija triju parametara :

$$\frac{C_{N\alpha}}{A} = f(A_m, A_C, A\beta), \qquad 2.27$$

Gdje su

$$A_m = A \tan A_m$$

$$A_C = A^{3}\sqrt{\overline{t}}$$

$$\beta = \begin{cases} -\sqrt{1 - Ma^2} & Ma < 1\\ \sqrt{Ma^2 - 1} & Ma > 1 \end{cases}$$

2.28

U tim parametrima je $\bar{t} = t/c$ srednja relativna debljina noseće površine, Λ_m je kut strijele geometrijskog mjesta srednjih točaka tetiva. Na slikama od 2-4 do 2-7, prikazana su četiri dijagrama za vrijednosti parametra $A_m = 0, 1, 2$ i 3 prema [15]. Na tim dijagramima je Λ_m označeno sa *Lm*, a β sa *BETA*.



U literaturi [20] preporučuje se povećati vitkost krila kako bi se uzeli u obzir dodaci na kraju krila koji mijenjaju raspored vrtloga na krilu. Za kraj krila u obliku "endplate" preporučuje se

$$A_{effective} = A \left(1 + 1.9 \frac{h}{b} \right); \qquad 2.29$$

h je visina "endplate", a za kraj krila u obliku "winglet"

$$A_{\text{effective}} = 1.2 \,\text{A} \,. \qquad 2.30$$



Slika 2-5. Krivulje $\frac{C_{N\alpha}}{A} = f(A_C, A\beta)$ za slučaj $A_m = 1$



Slika 2-6. Krivulje $\frac{C_{N\alpha}}{A} = f(A_C, A\beta)$ za slučaj $A_m = 2$



Slika 2-7. Krivulje
$$\frac{C_{N\alpha}}{A} = f(A_C, A\beta)$$
 za slučaj $A_m = 3$

2.2.4 Položaj hvatišta normalne sile

Položaj napadne točke normalne sile krila određen je također trima parametrima:

$$\overline{h}_{c} = f(A_{m}, \lambda, A\beta).$$
2.31

Za vrijednosti parametra $A_m = 0$, 1, 2 i 3 napravljena su četiri dijagrama na slikama od 2-8 do 2-11 prema [15].



Slika 2-8. Krivulje $\overline{h}_c = f(\lambda, A\beta)$ za slučaj $A_m = 0$



Slika 2-9. Krivulje $\overline{h}_c = f(\lambda, A\beta)$ za slučaj $A_m = 1$



Slika 2-10. Krivulje $\overline{h}_c = f(\lambda, A\beta)$ za slučaj $A_m = 2$

Svaki dijagram je izrađen za jednu vrijednost parametra A_m , a na jednom dijagramu predočene su krivulje za šest raznih vrijednosti parametra suženja krila λ . Na horizontalnoj

osi je parametar $A\beta$, a na vertikalnoj osi je \overline{h}_c udaljenost hvatišta normalne sile od aerodinamičkog ishodišta krila podijeljena s aerodinamičkom tetivom.



Slika 2-11. Krivulje $\overline{h}_c = f(\lambda, A\beta)$ za slučaj $A_m = 3$

2.2.5 Hvatište normalne sile polovice noseće površine

U mnogim procjenama aerodinamičkih koeficijenata potrebno je hvatište normalne sile jedne polovice noseće površine y_c . Na slici 2-12 prema [13] predočeni su dijagrami za procjenu napadne točke normalne sile na polukrilu:

$$\overline{y}_c = f(\lambda, A_m, A\beta).$$
 2.32

Prikazana su dva dijagrama na slici 2-12. Na prvom su dijagramu dvije familije krivulja: gornja familija za romboidno krilo ($\lambda = 1$), i donja za trokutasto ($\lambda = 0$). Svaka familija ima po tri krivulje za vrijednosti parametara $A_m = 0, 2$ i 4. Na apscisi su desno vrijednosti za $A\beta$ u supersonici (kada je $\beta = \sqrt{Ma^2 - 1}$), a lijevo za subsoniku (tada $\beta = \sqrt{1 - Ma^2}$). Na ordinati je bezdimenzijska udaljenost hvatišta $\overline{y}_c = \frac{y_c}{b/2}$.



Slika 2-12. Položaj napadne točke normalne sile polu krila: gore za delta krilo $\lambda = 0$ i romboidno $\lambda = 1$, a dolje za suženje krila $\lambda = 0.5$

2.2.6 Maksimalni uzgon

Pri polijetanju ("take off"), i slijetanju ("landing") zrakoplova veliku ulogu ima maksimalna vrijednost sile uzgona krila. Da ne bi smo povećavali nepotrebno površinu krila i kvadrat brzine, treba iskoristiti maksimalni koeficijent uzgona krila. Zato treba znati taj maksimalni koeficijent uzgona $C_{L_{\text{max}}}$ i vrijednost α_{max} pri kojoj je maksimalni uzgon. Poslije te

vrijednosti α_{max} nastaje naglo opadanje koeficijenta uzgona ("stall"). Treba napomenuti da se ta vrijednost maksimalnog koeficijenta uzgona teško određuje ne samo teoretski već i eksperimentalno u aerodinamičkom tunelu.



Slika 2-13. Maksimalni uzgon krila $C_{\rm L\,max}$ i napadni kut pri maksimalnom uzgon
u $\alpha_{\rm max}$

Pri velikim vrijednostima napadnog kuta, na prednjem rubu krila pojavljuju se vrtlozi koji su posebno izraženi kod strelastih krila male vitkosti. Pod utjecajem tih vrtloga odvaja se zračna struja na početku gornjake profila. To odvajanje struje od krila smanjuje uzgon, te on nije više linearno proporcionalan napadnom kutu. Odvajanje se zbiva na početnom dijelu gornjake, pa stoga ova pojava ovisi o nagibu tangente na početnom dijelu gornjake profila. Nagib tangente na tom mjestu u direktno je vezi s parametrom Δ_y koji predstavlja prirast ordinate gornjake profila od apscise $0.0015 \cdot c$ do apscise $0.06 \cdot c$, a koji se također mjeri u postocima tetive:

$$\Delta_{y} = 100 \frac{\Delta y}{c}$$
 2.33

Taj parametar uobičajeno ima vrijednosti 26 za profile s četiri i pet znamenki, za seriju profila 64 ima vrijednost 21.3, a za seriju 65 ima vrijednost 19.3.

Koeficijent maksimalnog uzgona krila C_{Lmax} i napadnog kuta α_{max} ovise osim o vrijednosti Δ_y i o obliku krila (vitkost krila *A*, suženje krila λ , strijele napadnog ruba krila Λ_{LE}) i o relativnoj debljini krila te konačno i o Machovu broju. U prilogu je empirijski postupak za procjenu maksimalnog koeficijenta uzgona krila C_{Lmax} i napadnog kuta α_{max}

2.2.7 Gradijent normalne sile po otklonu upravljačke površine

Upravljačke površine mogu biti dio noseće površine ili cijela noseća površina koja mijenja kut otklona u odnosu na letjelicu. U subsonici je obično upravljačka površina dio noseće površine ili stabilizatora, jer se poremećaj njenog otklona prenosi uz struju na cijelu površinu, a moment oko osi otklona je proporcionalan samo otklonjenoj površini. To znači da nije potrebno mnogo snage za pokretanje tih upravljačkih površine, a učinkovitost je velika. U supersonici da bi se postigla dovoljna učinkovitost mora se otkloniti cijela noseća površina ili stabilizator, jer se poremećaji otklona ne prenose uz struju. U prvom slučaju, kada je upravljačka površina dio noseće površine, onda se u subsonici gradijent $C_{N\delta}$ po otklonu upravljačke površine (kormilo visine, kormilo pravca ili kormila valjanja subsoničnih letjelica) može procijeniti na temelju gradijenta profila $c_{\ell\delta}$ prema jednadžbi

$$C_{N\delta} = 0.9 \cdot \frac{S_{\delta}}{S_{ref}} \left(\frac{C_{L\alpha}}{c_{\ell\alpha}}\right) \cdot c_{\ell\delta} \cdot \cos \Lambda_{HL} \cdot K_{f}, \qquad 2.34$$

gdje je $\,c_{\ell\alpha}\,$ gradijent uzgona profila ,
a $\,C_{L\alpha}\,$ gradijent uzgona krila.



Gradijent profila $c_{\ell\delta}$ ovisi o odnosu tetive otklonjene površine c_{δ} i ukupne tetive c noseće površine, kao i o relativnoj debljini profila t/c noseće površine. Ta ovisnost prikazana je na

slici 2-14 prema [27]. Sa S_{δ} označili smo dio noseće površine na kojoj se nalazi upravljačka površina kao na slici 2-15.



Koeficijent K_f je korekcija zbog nelinearnost te ovisi o otklonu δ , ali i o odnosu tetiva c_{δ}/c . Ta ovisnost prikazana je na slici 2-16 prema [27].



Položaj hvatišta upravljačke sile zbog otklona upravljačke površine x_{δ} , može se u subsonici dobiti linearnom interpolacijom između dva ekstremna slučaja. Prvo, ako je cijela noseća površina upravljačka površina onda je napadna točka na četvrtini tetive. Drugo, ako je upravljački dio iznimno mali onda je napadna točka na polovici neotklonjenoga dijela tetive c'. Ovaj odnos može bitno promijeniti veličina procjepa između pokretnog dijela i nepokretnog dijela, kao što se to vidi sa slike 2-17.



Slika 2-17. Položaj hvatišta normalne sile upravljačke površine

2.3 Normalna sila kombinacije tijelo – noseća površina

Pod kombinacijom tijelo – noseća površina razumijemo dvije konzole polukrila i onaj dio tijela za koji su vezane te konzole (slika 2-18). Kada govorimo o normalnoj sili na samom krilu N_w , mislimo na normalnu silu koja djeluje na krilo koje je dobiveno spajanjem dvaju polukrila skinuta sa zrakoplova.



Slika 2-18. Kombinacija tijelo - noseća površina

Ta dva polukrila spojena čine *samo krilo*. Samo krilo ima raspon b_w koji je manji od raspona kombinacije *b* za širinu trupa na mjestu kombinacije *d*. Za takvo krilo sastavljeno od dva

polukrila određujemo gradijent normalne sile $(C_{N\alpha})_w$ i za to krilo određujemo površinu krila S_w .



Slika 2-19. Kombinacija tijelo – noseća površina a) planarna kombinacija b) otklonjena kombinacija

Razlikujemo dvije vrste kombinacije. U prvoj je os tijela u ravnini noseće površine, pa tijelo i noseća površina imaju isti napadni kut $\alpha_w = \alpha$. Takva kombinacija naziva se *planarna*. U drugom slučaju, noseća površina ima *postavni kut i* u odnosu na tijelo. Tu kombinaciju nazivamo *otklonjena*, a taj kut *i* nazivamo postavni kut noseće površine.

Prema teoriji konformnog preslikavanja [18], planarna kombinacija ima K_{BW} puta veću normalnu silu od normalne sile samog krila pod istim napadnim kutom α . Pri preslikavanju pretpostavlja se da je tijelo rotacijskog oblika promjera d, te da je os tijela u ravnini krila. U tom slučaju dobivamo da je koeficijent interferencije

$$K_{BW} = 1 + 3\overline{d} - \lambda \overline{d} \left(1 - \overline{d} \right), \qquad 2.35$$

gdje je $\overline{d} = d/b$, b je raspon kombinacije, a d promjer kruga presjeka trupa.

U slučaju otklonjene kombinacije, tj. kada tetiva krila ima postavni kut *i* u odnosu na os tijela, onda je normalna sila kombinacije (kada je napadni kut jednak nuli, tj. brzina u pravcu osi tijela) k_{BW} puta veća od normalne sile samog krila pod napadnim kutom *i*:

$$k_{BW} = \frac{\left(1 + 0.41\overline{d}\right)^2}{\left(1 + \overline{d}\right)^2} \left[1 + 3\overline{d} - \lambda\overline{d}\left(1 - \overline{d}\right)\right]$$
 2.36

U realnosti neki uvjeti koji su pretpostavljeni u teoriji konformnog preslikavanja nisu zadovoljeni. Dva odstupanja su najvažnija: **prvo**, trup zrakoplova nije rotacijskog oblika pa koristimo ekvivalentni promjer d, koji određujemo kao promjer površine kruga čija je površina jednaka površini poprečnog presjeka tijela na mjestu kombinacije krilo- tijelo. **Drugo**, os tromosti x od koje mjerimo napadni kut nije pravac nultog uzgona tijela. Ova pogreška nije velika jer tijelo ima malu normalnu silu.

Zbog tih nedostataka, neki autori kao npr. [20], uzimaju vrijednost K_{BW} za pravokutno krilo ($\lambda = 1$) uvećanu za 7%. To daje koeficijent interferencije tijelo-krilo

$$K_{BW} = 1.07 \left(1 + \frac{d}{b} \right)^2$$
 2.37

i usvajaju $k_{BW} = K_{BW}$. Drugi [6, 7, 16] zanemaruju oba koeficijenta, kao da su jednaki jedinici $k_{BW} = K_{BW} = 1$, ali zamjenjuju kombinaciju s krilom koje čine dva polu-krila i dio krila pod tijelom.

U stvarnosti imamo otklonjenu kombinaciju pod napadnim kutom. U tom slučaju normalna sila kombinacije je zbroj normalne sile planarne kombinacije pod napadnim kutom i otklonjene kombinacije bez napadnog kuta. Osim toga, treba imati na umu da nesimetrični profili imaju još i dodatni napadni kut α_{0L} (koji je negativan) zbog zakrivljenosti srednje linije profila. Taj kut ima istu ulogu kao postavni kut:

$$N_{BW} = K_{BW} N_{\alpha W} \alpha + k_{BW} N_{\alpha W} (i - \alpha_{0L})$$
2.38

ili

$$N_{BW} = N_{\alpha W} \left[K_{BW} \alpha + k_{BW} \left(i - \alpha_{0L} \right) \right]$$
 2.39

Iz toga zaključujemo da kombinacija ima normalnu silu (ili uzgon) koja je jednaka normalnoj sili <u>samog krila</u> ali pod *ekvivalentnim napadnim kutom*:

$$\alpha_{eq} = K_{BW} \alpha + k_{BW} (i - \alpha_{0L}). \qquad 2.40$$

2.4 Usporenje i savijanje struje

Iza prednje noseće površine zračna struja je poremećena. Rep se nalazi u zračnoj struji koja je poremećena opstrujavanjem krila, ili bolje reći kombinacijom krilo – trup. Taj poremećaj se osjeća u gubitku dinamičkog tlaka i pravcu brzine opstrujavanja. Zato dinamički tlak iza kombinacije krilo – trup umanjujemo množenjem s jednim koeficijentom η_V koji uzima u obzir te gubitke. Procjenjuje se da u subsonici treba uzeti koeficijent gubitaka oko $\eta_V = 0.98$, a u supersonici gubici rastu i dosežu za Ma = 2.5 vrijednost $\eta_V = 0.90$, no za veće brzine ostaju približno isti.

Iz teorijske aerodinamike znamo da s izlaznog ruba krila silaze vrtložne niti koje se vrlo brzo udružuju u dva slobodna vrtloga, jedan s jednoga i drugi s drugoga polukrila. Ti vrtlozi induciraju brzine koje s brzinom opstrujavanja mijenjaju pravac zračne struje. Te promjene su različite u svakoj točki prostora, a nas zanima prosječna promjena pravca zračne struje na horizontalnom repu. Iz razloga simetrije, kada nema kuta skretanja, prosječna promjena pravca bit će smanjenje napadnog kuta α za kut ε . Zato je napadni kut iza

kombinacije krilo -trup, gdje se nalazi horizontalni rep, manji od napadnog kuta zrakoplova za veličinu ε . Tu veličinu nazivamo *savijanje struje* od kombinacije krilo - trup. Matematički modeli za određivanje savijanja struje pokazuju da je to savijanje struje prije svega proporcionalno napadnom kutu krila:

$$\varepsilon = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \alpha_w \qquad \qquad 2.41$$

Gradijent savijanja struje $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}$ ovisi o:

- obliku krila: razmaha b, vitkosti A i suženju λ te o
- položaju repa u odnosu na krilo: ℓ i *h* kao na slici 2-20.



Slika 2-20. Položaj repa u odnosu na krilo

Zato ovisnost gradijenta savijanja struje o parametrima može se predstaviti jednadžbom prema [7, 19, 28]:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} = 4.44 \cdot \left(K_A K_{\lambda} K_H \sqrt{\cos \Lambda_{c/4}} \right)^{1.19}, \qquad 2.42$$

gdje su:

$$K_{A} = \frac{1}{A} - \frac{1}{1 + A^{1.7}}$$
$$K_{\lambda} = \frac{10 - 3\lambda}{7}$$
$$K_{H} = \frac{1 - \frac{|h|}{b}}{\sqrt[3]{\frac{2\ell}{b}}}$$

U ovim su jednadžbama b, λ i A su karakteristike krila s podtrupnim dijelom, a h i ℓ su veličine kao na slici 2-20.