

3 OTPOR, NORMALNA SILA I MOMENT PROPINJANJA

3.1 Otpor

Otpor zrakoplova ima dva dijela. Prvi dio je otpor zrakoplova kada ne postoji uzgon zrakoplova. Označavamo ga sa C_{DO} i naziva se *nulti otpor*. Drugi dio je *inducirani otpor* koji je posljedica postojanja uzgona. Označavamo ga sa C_{Di} .

Nulti otpor letjelice zbroj je otpora dijelova letjelice: krila, tijela, horizontalnog repa, vertikalnog repa. Osim ovih komponenti, za vrijeme polijetanja i slijetanja postoje još i dodani otpori od podvoza i otklona zakrilaca (flapsova).

Nulti otpor svakog dijela letjelice može se podijeliti na tri dijela prema uzroku zbog kojega nastaje, pa je koeficijent otpora svakog dijela zbroj triju koeficijenata:

$$C_D = C_{Df} + C_{Dw} + C_{Db}; \quad 3.1$$

C_{Df} (*friction drag*) je aerodinamički koeficijent onog dijela otpora koji je nastao zbog trenja zraka po površini svih dijelova letjelice,

C_{Dw} (*wave drag*) je aerodinamički koeficijent rezultante u pravcu aerodinamičke brzine od elementarnih sila tlaka okomitih na sve dijelove površine,

C_{Db} (*base drag*) je aerodinamički koeficijent otpora dna zbog podtlaka koji nastaje iza dijelova letjelice.

3.1.1 Otpor trenja

Kao što je poznato iz aerodinamike, koeficijent otpora trenja ravne površine C_f definira se kao količnik između sile trenja i produkta referentnog tlaka i “kvašene površine” S_{wet} , tj. površine na kojoj se ostvaruje trenje

$$C_f = \frac{D_f}{q_\infty S_{wet}}. \quad 3.2$$

Procjenu koeficijenta trenja na prostornoj površini C_f (trodimenzionalno strujanje), izvodimo posredstvom koeficijenta trenja c_f u ravninskom (dvodimenzionalnom) strujanju. Kako nam treba koeficijent trenja za referentnu površinu imat ćemo vezu

$$D_f = q_\infty S_{wet} c_f = q_\infty S_{ref} C_{Df}, \quad 3.3$$

odakle je

$$C_{Df} = \frac{S_{wet}}{S_{ref}} c_f, \quad 3.4$$

Ako usvojimo zakon trećeg stupnja za profil brzine u graničnom sloju za laminarno dvodimenzionalno opstrujavanje ravne površine, dobivamo koeficijent trenja [1], bez obzira je li opstrujavanje subsonično ili supersonično

$$c_{f\ell} = \frac{1.3}{\sqrt{Re}} \quad 3.5$$

Re je Reynoldsov broj određen za duljinu opstrujavanja. Ako je opstrujavanje turbulentno (subsonično ili supersonično), onda je prema Schlichtingovoj formuli

$$c_{f\ell} = \frac{3.91}{(\ln Re)^{2.58}}. \quad 3.6$$

Eksperimentalna ispitivanja pokazala su da je za $Re < 10^5$ na ravnoj i glatkoj površini strujanje laminarno. Međutim, ako je $Re > 10^6$, čak i na ravnoj i glatkoj površini strujanje je turbulentno. Na ravnoj i glatkoj površini u intervalu

$$3.5 \cdot 10^5 < Re < 10^6$$

strujanje će biti na početku laminarno, zatim će na jednom kratkom dijelu biti prijelazno, da bi na drugom dijelu bilo turbulentno. Prijelaz iz laminarnog u turbulentni granični sloj nije ni trenutni, ni stabilan, pa se zato u literaturi daju različite granice intervala u kome se odvija prelazak iz laminarnog u turbulentni granični sloj. Da bismo odredili koeficijent trenja takvog laminarno - turbulentnog opstrujavanja, uvodimo dvije pretpostavke:

- prelazak iz laminarnog u turbulentni granični sloj ostvaruje se trenutno na mjestu ℓ_t
- od ℓ_t turbulentni granični sloj je isti kao da je imao početak u ishodištu $\ell = 0$

Prema ovim hipotezama bit će

$$c_f = \int_0^{\ell_t} \bar{\tau}_{0\ell} d\bar{x} + \int_{\ell_t}^{\ell} \bar{\tau}_{0t} d\bar{x}.$$

U ovim integralima su bezdimenzijska tangencijalna naprezanja na površini:

$$\bar{\tau}_{0\ell} = \frac{\tau_0}{q_\infty} = \frac{0.646}{\sqrt{Re \cdot \bar{x}}} \quad \text{za laminarno opstrujavanje na temelju zakona trećeg stupnja profila brzine,}$$

$$\bar{\tau}_{0\ell} = \frac{\tau_0}{q_\infty} = \frac{0.058}{\sqrt[5]{Re \cdot \bar{x}}} \quad \text{za turbulentno opstrujavanje prema zakonu 1/7 profila brzine.}$$

Integracijom dobivamo:

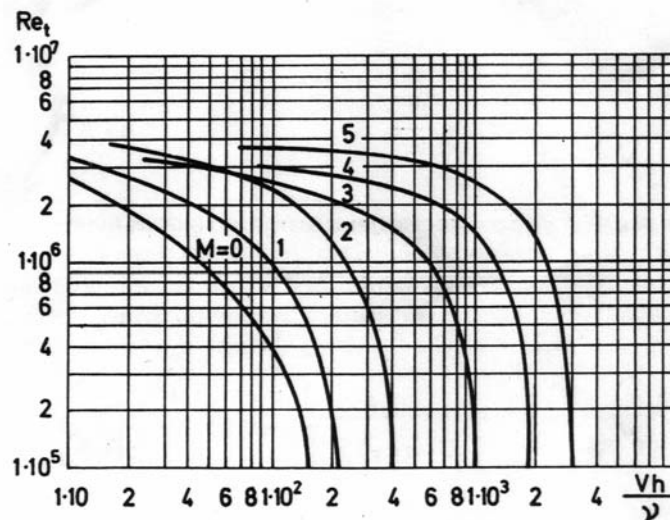
$$c_f = \frac{1.3}{\sqrt{Re}} \sqrt{\bar{\ell}_t} + \frac{0.072}{\sqrt[5]{Re}} (1 - \bar{\ell}_t^{0.8}). \quad 3.7$$

U ovoj jednadžbi $0.072/\sqrt[5]{Re}$ predstavlja koeficijent turbulentnog trenja za usvojeni profil brzine prema zakonu jedne sedmine. Ako se taj koeficijent zamijeni s točnijom Schlichtingovom formulom, dobiva se bolja procjena za koeficijent trenja u laminarno - turbulentnom graničnom sloju :

$$c_f = \frac{1.3}{\sqrt{Re}} \sqrt{\bar{\ell}_t} + \frac{3.91}{(\ln Re)^{2.58}} (1 - \bar{\ell}_t^{0.8}). \quad 3.8$$

Točki prijelaza laminarnog u turbulentno opstrujavanje odgovara tzv. prijelazni Reynoldsov broj

$$Re_t = \frac{\ell_t V_\infty}{\nu_\infty}. \quad 3.9$$



Slika 3-1 $Re_t = f\left(Ma, \frac{hV_\infty}{\nu_\infty}\right)$

Kako odrediti ℓ_t ? Neki nepravilni oblik opstrujavane površine može izazvati turbulenciju, to više što se s duljinom opstrujavanja Reynoldsov broj približava vrijednosti granice prelaska laminarnog u turbulentno opstrujavanje. Općenito uzevši, turbulentnost će nastati prije na hrapavijoj površini. Hrapavost se mjeri prosječnom visinom h . Ispitivanja su pokazala da Re_t ovisi o Machovu broju i o parametru $\frac{hV_\infty}{\nu_\infty}$. Ta ovisnost prema [15] prikazana je na slici 3-1.

Na temelju ovih jednadžbi možemo odrediti koeficijent trenja na ravnim dijelovima zrakoplova pri malim brzinama leta kada je utjecaj stlačivosti zanemariv. Nije li Ma^2

zanemariv u odnosu na 1, znači da treba uzeti u obzir utjecaj stlačivosti, što činimo množeći izračunat c_f s koeficijentom

$$F_{Ma} = \frac{1}{(1 + 0.144 \cdot Ma^2)^{0.65}} \quad 3.10$$

Međutim, dijelovi zrakoplova nisu ravne površine, što mijenja raspored tlaka, a raspored tlaka utječe bitno na koeficijent trenja. Zbog toga treba koeficijent trenja u dvodimenzionalnoj struji pomnožiti s koeficijentom oblika F_F ovisno o obliku opstrujavane površine. Isto tako pri prelasku u trodimenzionalno strujanje trebamo koeficijent trenja iz dvodimenzionalnog strujanja pomnožiti s koeficijentom F_S :

$$C_f = F_S F_F c_f \quad 3.11$$

- za noseće površine u subsonici prema [20]

$$F_F = \left(1 + \frac{0.6\bar{t}}{\bar{x}_t} + 100\bar{t}^4 \right) \quad 3.12$$

Produkt $F_F \cdot 2c_f$ predstavlja koeficijent trenja profila. Ako ne postoji valni otpor onda je ta vrijednost nulti otpor profila za zadanu hrapavost. U tablicama standardnih profila nalazi se minimalni otpor profila $c_{d\min}$ za slučaj standardne hrapavosti. Te vrijednosti se mogu uspoređivati, što nam omogućuje kontrolu procjene.

$$F_S = (\cos A_t)^{0.28}, \quad 3.13$$

gdje je $\bar{t} = \frac{t}{c}$, $\bar{x}_t = \frac{x_t}{c}$, x_t je apscisa maksimalne debljine profila., a A_t je strijela geometrijskog mjesta maksimalnih debljina profila. Za slučaj repa treba $F_F F_S$ povećati još za 10 % zbog dodatnog otpora kroz zazore između noseće površine i upravljačke površine.

- za trup s dobro oblikovanom kabinom prema [20]

$$F_S \cdot F_F = 1 + \frac{60}{f^3} + \frac{f}{400}, \quad 3.14$$

gdje je f vitkost tijela, koju određujemo za stvarnu duljinu tijela i fiktivni promjer d . Ovaj koeficijent daje dobre vrijednosti ako se kabina uklapa u oblik tijela (kao npr. za zrakoplov F16), ali ako kabina iskače iz oblika tijela, onda treba koeficijent povećati (npr. za F15 treba povećati 40 %). Isto tako ako tijelo ima kvadratni presjek, oštri bridovi mogu povećati koeficijent oblika oko 40 %.

- za kućište motora i spremnik goriva prema [20]

$$F_S \cdot F_F = 1 + \frac{0.35}{f}$$

U supersonici nema prenošenja poremećaja uz zračnu struju, pa je $F_F F_S$ za sve oblike blisko jedinici.

Konačno, postoji i međuutjecaj dijelova. Prisutnost drugoga tijela u blizini opstrujavanoga tijela mijenja raspored tlaka po površini opstrujavanog tijela, što utječe na koeficijent trenja. Taj se utjecaj uzima u obzir koeficijentom Q . Evo nekoliko rezultata ispitivanja u aerotunelu prema [20]:

- tijelo motora postavljeno neposredno na krilo ima povećan otpor za 50 % ($Q = 1.5$), a taj se utjecaj izgubi kad je tijelo udaljeno za jedan svoj promjer od krila;
- obješeni projektili ispod krila imaju koeficijent interferencije $Q \approx 1.25$;
- za klasične kombinacije tijelo - noseća površina uzima se $Q = 1$;
- za repne površine V-oblika uzima se $Q \approx 1.03$, a za repne površine H-oblika $Q \approx 1.08$.

U supersonici međuutjecaj dijelova na otpor gotovo i ne postoji, te je u supersonici koeficijent $Q = 1$.

Tako je konačno otpor trenja letjelice zbroj otpora trenja svih njenih dijelova:

$$D_f = q_\infty S_{ref} C_{Df} = \sum_c q_\infty \left(c_f F_{Ma} F_F F_S Q_f S_{wet} \right)_c \quad 3.15$$

Odnos D_f / q_∞ naziva se *površina otpora*

$$\frac{D_f}{q_\infty} = F_{Ma} \cdot \sum_c \left(c_f F_F F_S Q_f S_{wet} \right)_c \quad 3.16$$

Prema tome, ukupna površina otpora zrakoplova je zbroj površina otpora komponenata. Dijeljenjem površine otpora s referentnom površinom dobivamo traženu vezu između koeficijenta otpora trenja letjelice i površinskih koeficijenata trenja dijelova letjelice:

$$C_{Df} = F_{Ma} \sum_c \left(c_f F_F F_S Q \frac{S_{wet}}{S_{ref}} \right)_c \quad 3.17$$

3.1.2 Otpor dna

Iza svakog dijela letjelice pojavljuje se trag u kome je tlak manji od neporemećenog tlaka. Posljedica tog podtlaka je sila kočenja, jednaka produktu podtlaka i površine na kojoj on djeluje. Na kraju nosećih površina je izlazni rub, pa nema površine na kojoj bi djelovao taj podtlak (ako nije došlo do odvajanja struje od noseće površine). Tom podtlaku odgovara koeficijent

$$C_p = \frac{p_b - p_\infty}{q_\infty}. \quad 3.18$$

Međutim, otpor dna postoji iza kućišta motora, spremnika goriva, nosača naoružanja, i iza kućišta kabine ako nije dobro uklopljena s oblikom tijela, itd.

$$D_b = (p_\infty - p_b) \cdot S_b = q_\infty (-C_p) S_b \quad 3.19$$

Da bi se izbjegao otpor dna ili bar smanjio na prihvatljivu mjeru, tijelu lagano smanjujemo poprečni presjek prema kraju na što manju površinu dna S_b . Procjena koeficijenta tlaka na dnu može se izvesti prema [18] pomoću jednadžbi:

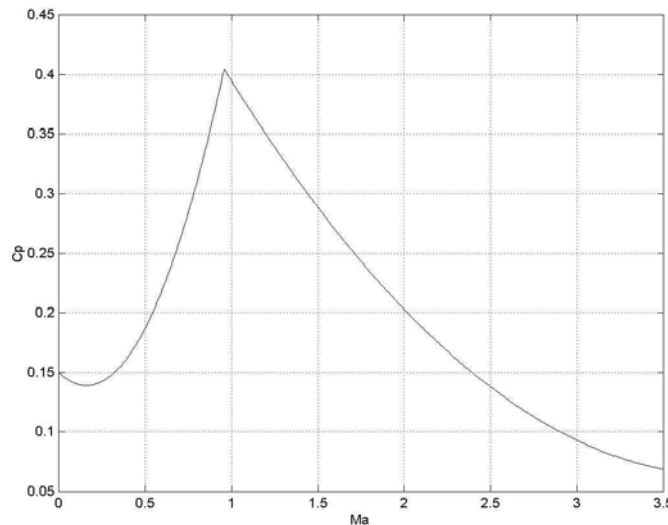
- za subsoniku

$$-C_p = 0.139 + 0.419(Ma - 0.161)^2 \quad 3.20$$

- za supersoniku

$$-C_p = 0.064 + 0.042(Ma - 3.84)^2. \quad 3.21$$

Na slici 3-2 prikazana je ovisnost koeficijenta tlaka na dnu o Machovom broju prema navedenim jednadžbama



Slika 3-2. Koeficijent tlaka na dnu $C_p(Ma)$

3.1.3 Valni otpor

Valni otpor je posljedica rasporeda tlaka na površini. U subsonici prema d'Alembertovom principu, zasnovanom na neviskoznom opstrujavanju, valni otpor je jednak nuli. Međutim, poznato je da realni uvjeti opstrujavanja ne prate d'Alembertov princip. Raspored tlaka u

stvarnosti je zbog viskoznih učinaka izmijenjen, te se pojavljuje valni otpor. Mjerenja otpora standardnih profila, pri malim brzinama pri kojima možemo zanemariti utjecaj stlačivosti, pokazuju da je izmjereni otpor jednak otporu trenja što je očigledan dokaz da ne postoji valni otpor. Ta mjerenja otpora profila zajedno s drugim karakteristikama profila (uzgon i moment propinjanja) objavljena su u mnogim knjigama kao npr. [1].

U supersonici postojanje udarnih valova stvara uvijek valni otpor. Zato je ta komponenta otpora i dobila to ime, premda udarni valovi nisu jedini razlog nastajanja valnog otpora. Već smo rekli da valni otpor postoji i u subsonici kada nisu ispunjeni uvjeti za d'Alambertov princip, a udarni valovi javljaju se samo u transsonici i supersonici.

Mnogo je manje objavljenih podataka o mjerenju valnog otpora profila i zrakoplova nego što je to slučaj s otporom trenja ili otporom dna, pa za procjenu nema pouzdanih metoda.

Prema zakonu površine [13] u transsoničnom području ($Ma \approx 1$) valni otpor zrakoplova za zadani Machov broj ovisi samo o promjeni veličine površine poprečnog presjeka zrakoplova $S(x)$ (uključujući sve njegove dijelove) okomito na brzinu opstrujavanja. To znači da je otpor zrakoplova u transsonici isti kao otpor rotacijskog tijela koje ima istu površinu poprečnog presjeka na svim mjestima. U teorijskoj aerodinamici postoji tzv. teorija tankih tijela [12] kojom se dokazuje da za zadani volumen W i duljinu tijela ℓ postoji tzv. optimalno tijelo (Sears-Haackovo tijelo) čije su parametarske jednadžbe:

$$\begin{aligned} r &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3S_m}{\pi} \left(\sin \theta - \frac{\sin 3\theta}{3} \right)} \\ x &= \frac{\ell}{2} (1 + \cos \theta). \end{aligned} \quad 3.22$$

To tijelo ima teoretski valni otpor

$$D_W = q_\infty S_{\max} \cdot \frac{9\pi S_{\max}}{2\ell^2}. \quad 3.23$$

To znači da će zrakoplov imati minimalni valni otpor ako njegov poprečni presjek prati promjenu poprečnog presjeka Sears-Haackova tijela, ili što bliže tom obliku. Realni oblici zrakoplova odstupaju od tog uvjeta. Pretpostavimo da za $Ma = 1.2$, realni oblik zrakoplova ima E_{WD} puta veći valni otpor od Sears-Haackova tijela (koeficijent E_{WD} se kreće od 1.20 do 3, pa i više). S promjenom Machova broja iznad $Ma = 1.2$, valni otpor zrakoplova opada po zakonu

$$\frac{D_W(Ma)}{D_W(1.2)} = f(Ma, A_{LE}) = 1 - 0.386(Ma - 1.2)^{0.57} (1 - 0.709 A_{LE}^{0.77}), \quad 3.24$$

gdje je A_{LE} strijela napadnog ruba krila u radjanima, a valni otpor

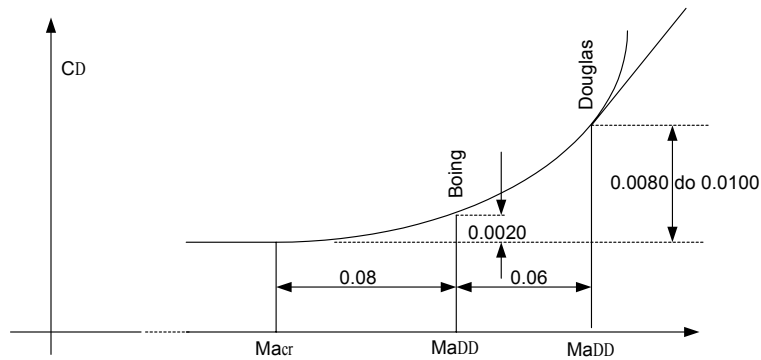
$$D_W(1.2) = E_{WD} \cdot q_\infty S_{\max} \frac{9\pi S_{\max}}{2\ell^2}. \quad 3.25$$

Tako možemo, ako je $Ma > 1.2$, procijeniti valni otpor zrakoplova jednadžbom

$$C_{Dw} = E_{WD} \frac{9\pi S_{\max}^2}{2\ell^2 S_{ref}} f(Ma, A_{LE}). \quad 3.26$$

3.1.4 Otpor u transsonici

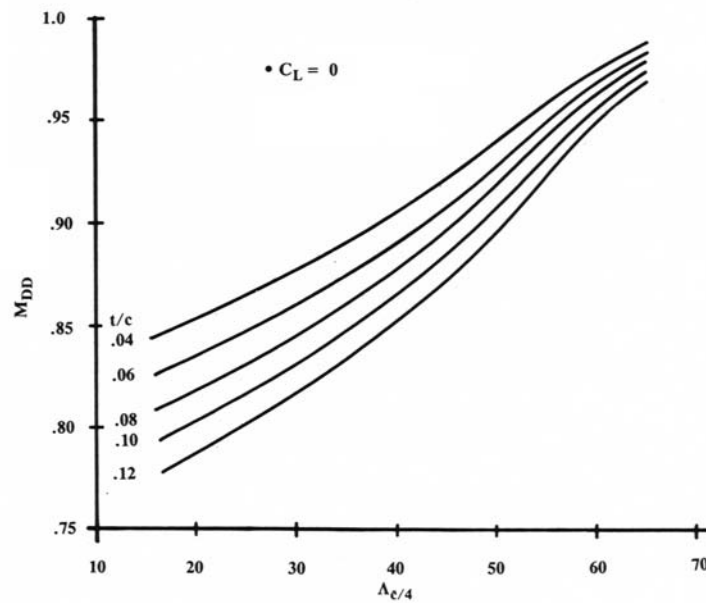
Pojava valnog otpora je posljedica činjenice što lokalni Machov broj dostigne supersoničnu vrijednost prije Machova broja letjelice. Na tom mjestu počinje supersonično strujanje koje treba opet prijeći u subsonično. Taj proces prelaska iz subsoničnog u supersonično strujanje nije reverzibilan. Povratak na subsonično strujanje zbiva se diskontinuirano, što ima za posljedicu stvaranje lokalnih udarnih valova. S udaljavanjem od letjelice ta pojava slabi. Kada se pojavi prvi lokalni Machov broj koji je dostigao supersoničnu vrijednost, Machov broj letjelice nazivamo *kritični Machov broj* i označavamo ga sa Ma_{cr} .



Slika 3-3. Kritičan Machov broj Ma_{cr} i Ma_{DD} (*Drag Divergent Ma*)

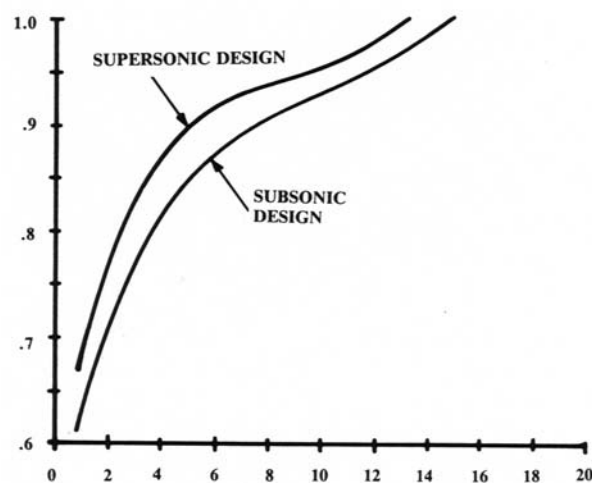
Teško je utvrditi kada je dostignuta kritična vrijednost. Zato velike tvrtke definiraju točku Ma_{DD} na kojoj je $C_{D0}(Ma)$ porastao za 0.0020 (Boing) ili točku na krivulji $C_{D0}(Ma)$ u kojoj je tangens kuta tangente 0.10 (Douglas) itd. Međusobni položaj tih dviju točaka pokazan je na slici 3-3.

S povećanjem Machova broja letjelice, prvi lokalni Machov broj jednak jedinici može se dogoditi na krilu ili na tijelu. Nije nam unaprijed poznato koja će se od tih dviju mogućnosti prva dogoditi, pa zato moramo procijeniti obje, i usvojiti onu koja je manja za kritičnu vrijednost Machova broja letjelice.



Slika 3-4. $(Ma_{DD})_{L=0} = f\left(\Lambda_{1/4}, \frac{t}{c}\right)$

Kada je riječ o krilu, lokalni Machov broj dostiže jedinicu najprije na gornjoj površini krila zbog povećanja brzine opstrujavanja profila pri povećanoj sili uzgona. To će se dogoditi utoliko prije ukoliko je veći napadni kut letjelice tj. ukoliko je veća sila uzgona, a to znači da će utoliko biti manji kritični Machov broj Ma_{cr} . Budući da procjenjujemo nulti otpor, trebamo procijeniti kada nastaje lokalni Machov broj jednak jedinici u slučaju nultog uzgona. Prema metodi tvrtke Boeing procjena $(Ma_{DD})_{L=0}$ na krilu provodi se prema dijagramu na slici 3-4 za $C_L = 0$, ovisno o strijeli $\Lambda_{1/4}$ i relativnoj debljini profila $\bar{t} = t/c$.



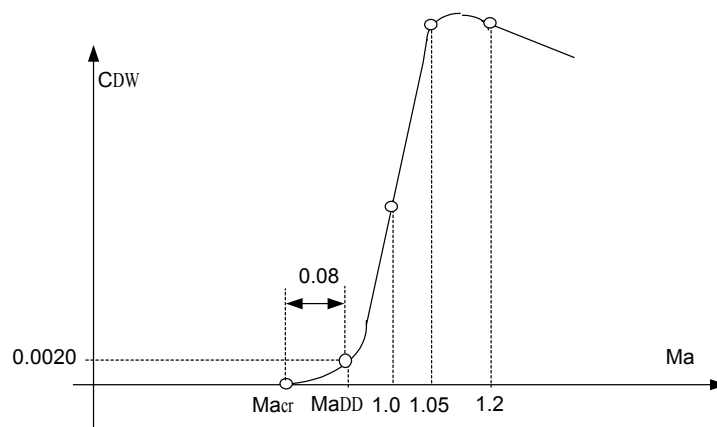
Slika 3-5. $Ma_{DD}(f_n)$ za subsonični i supersonični oblik trupa

Tijelo koje nije dobro oblikovano imat će lokalni Machov broj jednak jedinici prije krila. Na slici 3-5 prikazane su dvije krivulje koje daju vrijednost Ma_{DD} tijela ovisno o vitkosti prednjeg dijela trupa. Konačno Ma_{DD} letjelice bit će manja vrijednost od Ma_{DD} krila i Ma_{DD} tijela.

Znamo da je $C_{Dw} = 0$ do kritične vrijednosti Machova broja, zatim smo odredili Ma_{DD} i znamo da je $C_{Dw}(Ma_{DD}) = 0.0020$. Isto tako poznat nam je valni otpor iznad $Ma = 1.2$. trebamo još odrediti $C_D(Ma)$ u intervalu od Ma_{DD} do 1.2. To je interval transsonike. To je vrlo složena teorijska zadaća i zato ćemo se zadovoljiti približnom metodom. Praksa je pokazala da možemo usvojiti pet točaka:

$$\begin{aligned}
 C_{Dw}(Ma_{DD} - 0.080) &= 0 \\
 C_{Dw}(Ma_{DD}) &= 0.0020 \\
 C_{Dw}(1.00) &= \frac{C_{Dw}(1.2)}{2} \\
 C_{Dw}(1.05) &= C_{Dw}(1.2) \\
 C_{Dw}(1.2) &= E_{wD} \frac{9\pi S_{\max}^2}{2\ell^2 S_{ref}}
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

Kroz tih pet točaka provlačimo kontinuiranu krivulju koja ima zajedničku tangentu sa $C_D(Ma)$ u subsonici ($Ma < Ma_{cr}$) i s krivuljom $C_D(Ma)$ u supersonici ($Ma > 1.2$), kao na slici 3-6.



Slika 3-6. Konstrukcija krivulje $C_{Dw}(Ma)$ u transsoničnoj oblasti

3.1.5 Dodatni otpor

Postoji više uzroka zbog kojih se pojavljuje dodatni otpor.

Prvo, neke dijelove zrakoplova nismo obuhvatili gornjom metodom, kao npr. kućište motora, spremnike goriva, nosače naoružanja, kabinu, ili poseban oblik zadnjeg dijela transportnog zrakoplova. Svi oni povećavaju otpor zrakoplova.

Drugo, u određenim uvjetima zrakoplov mijenja svoj oblik. Primjerice pri polijetanju zrakoplov ima izbačene kotače i djelomično izbačena zakrilca, u letu ima uvučene kotače i zakrilca, a pri slijetanju ima opet izbačene kotače i potpuno izbačena zakrilca, a na kraju i zračne kočnice. Zbog toga se otpor zrakoplova znatno povećava. I ta povećanja nazivamo dodatni otpor.

Treće, zaustavljeni motor ne samo što nema pogonsku silu već je uzrok dviju vrsta dodatnog otpora. Ako je rotor ukočen, onda motor ima jednu vrijednost otpora, a ako se rotor okreće pod utjecajem zračne struje, onda motor ima drugu vrijednost otpora. Procjena dodatnog otpora zaustavljenog motora iznimno je važna zato što ta komponenta kod zrakoplova sa dva ili više motora ima jak bočni moment za središte mase, te dovodi u pitanje bočnu stabilnost zrakoplova, što ćemo razmatrati kasnije.

U većini slučajeva, koeficijent dodatnog otpora procjenjujemo prema jednadžbi

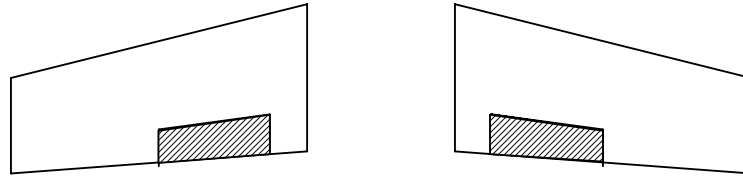
$$\Delta C_D = k \frac{S_{front}}{S_{ref}}, \quad 3.28$$

u kojoj je S_{front} silueta (dijela koji stvara dodatni otpor) gledano u pravcu aerodinamičke brzine. Koeficijent k je obično poznat za tipizirane oblike. U donjoj tablici prikazani su koeficijenti za neke dijelove zrakoplova prema [20].

	k
Zračne kočnice (<i>spoiler</i>) na 60% tetive	1.6
Vjetrobran (laki zrakoplovi)	
dobro uklopljen u oblik trupa	0.07
loše uklopljen u oblik trupa	0.15
Kotač s gumama	0.25
Drugi kotač iza prvoga	0.15

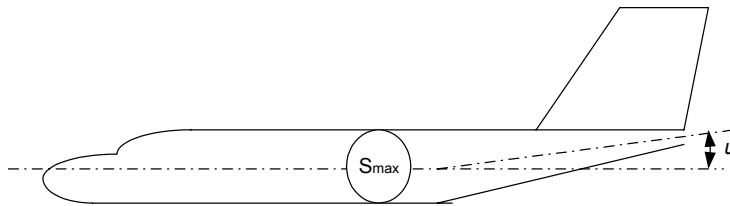
Povećanje koeficijenta otpora krila zbog otklona zakrilca δ_{flap} može se procijeniti jednadžbom

$$\Delta C_D = 0.13 \frac{S_{flap} \sin \delta_f}{S_w}. \quad 3.29$$



Slika 3-7. Površina S_{flap}

Površina S_{flaps} prikazana je na slici 3-7, a $S_{flaps} \sin \delta_{flaps}$ predstavlja frontalnu površinu flapsova (okomito na brzinu zračne struje).



Slika 3-8. Otpor dna transportnog zrakoplova

Transportni zrakoplovi radi što većega korisnoga prostora imaju suženje zadnjega dijela trupa veće od kritičnog, zbog čega dolazi do odvajanja struje od tijela. To odvajanje stvara dodatni otpor na tom dijelu trupa, što je teško i složeno teoretski izučavati. Za procjenu otpora, zbog odvajanja struje od trupa transportnog zrakoplova, možemo koristiti empirijsku formulu

$$\Delta C_D = 3.83 u^{2.5} \frac{S_{max}}{S_{ref}}, \quad 3.30$$

u kojoj je u kut u radijanima srednje crte tijela na tom zadnjem dijelu kao na slici 3-8, a S_{max} površina najvećeg poprečnoga presjeka tijela.

Koeficijent otpora zaustavljenog motora ili onoga kojega pokreće zračna struja treba odrediti konstruktor motora. Ako taj koeficijent nije poznat može se procijeniti.

Za zaustavljenu elisu u subsonici

$$\Delta C_D = k \frac{S_{elise}}{S_{ref}}. \quad 3.31$$

Ako se elisa okreće pod djelovanjem zračne struje, onda je $k = 0.1$, a ako se elisa ne okreće, onda je $k = 0.8$ (prema [18]). Površina elise $S_{elise} = \sigma S_{disk}$, gdje je $\sigma = N/(A\pi)$, N je broj poluelisa, A je vitkost poluelise.

Za mlazni motor koji se okreće pod utjecajem zračne struje

$$\Delta C_D = 0.3 \frac{S_{front}}{S_{ref}}, \quad 3.32$$

gdje je S_{front} poprečni presjek kućišta mlaznoga motora.

Za kućišta motora, spremnike goriva i za nosače naoružanja postoje, umjesto procjena, mjerenja zbroja površina otpora trenja i otpora dna [20]:

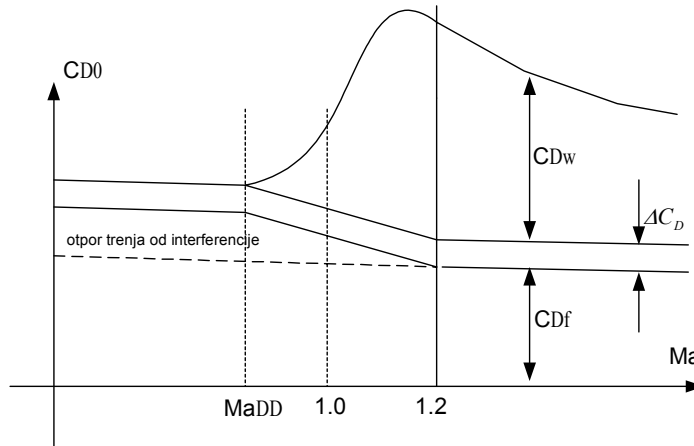
$$\left(\frac{D}{q_\infty} \right)_c = \frac{D_f + D_b}{q_\infty},$$

ovisno o Machovu broju, za tipizirane oblike i veličine.

Najveći problem su strujanja kroz otvore na trupu iz područja povišenog tlaka u područja smanjenog tlaka, bilo da je to iz atmosfere u unutrašnjost ili iz unutrašnjosti prema van. U oba slučaja mijenja se bitno slika opstrujavanja, mijenja se tlak pa i trenje na površini. Isto tako, razni uređaji na površini zrakoplova, kao što su svjetla, Pito-cijev, antena i drugo, mogu izmijeniti vrijednost koeficijenta trenja. Svi ti nepredviđeni i nametnuti uzroci mogu povećati koeficijent trenja i do 15%.

3.1.6 Nulti otpor

Konačno smo u mogućnosti nacrtati cijelu krivulju $C_D(Ma)$, koja je zbroj triju krivulja komponenata otpora $C_{Df}(Ma)$, $C_{Db}(Ma)$, $C_{Dw}(Ma)$ i krivulje uslijed dodatnog otpora $\Delta C_D(Ma)$. Taj zbroj je shematski prikazan na slici 3-9.



Slika 3-9. Zbroj komponenata nultog otpora

3.1.7 Inducirani otpor

Do sada smo promatrali otpor letjelice kada nema sile uzgona (niti bočne sile). Drugim riječima, tako dobiveni otpor je aerodinamička sila jer nema drugih komponenata. U tom slučaju napadni kut je jednak kutu nultog uzgona letjelice α_{0L} . Otpor u ovom slučaju ($\alpha = \alpha_{0L}$) nazvat ćemo *nulti otpor* i označit ćemo ga sa D_0 , a njegov koeficijent sa C_{D0} . Prva jednadžba transformacije za prijelaz iz aerodinamičkih koeficijenata duž osi aerodinamičkog koordinatnog sustava $[C_D \ C_K \ C_L]^T$ u koeficijente $[C_X \ C_Y \ C_Z]^T$ duž osi tromosti letjelice jest

$$C_X = -C_D - C_K \beta + C_L \alpha$$

i primijenimo je na ovaj slučaj. Za $\alpha = \alpha_{0L}$ i $\beta = 0$ bit će $C_D = C_{D0}$, nema uzgona $C_L = 0$, a zato što smo pretpostavili da nema kuta skretanja, nema ni bočne sile $C_K = 0$. Prema tome bit će u ovom slučaju

$$C_{X0} = -C_{D0}.$$

Taj nulti otpor je istodobno i *nulta aksijalna sila*.

Ako upotrijebimo istu tu jednadžbu za transformaciju na slučaj kad je napadni kut $\alpha \neq \alpha_{0L}$, ali nema kuta skretanja, dobivamo

$$C_D = -C_X + \alpha C_L.$$

Pretpostavit ćemo da aksijalna sila $-C_X$ za male napadne kutove ne zavisi od napadnog kuta pa je ona jednaka vrijednosti kada je napadni kut jednak kutu nultog uzgona

$-C_x \approx -C_{x0} = C_{D0}$. Ta pretpostavka nije nerealna jer mjerenja pokazuju da aksijalna sila ovisi o napadnom kutu ali znatno manje od sile otpora. To je aproksimacija koja će nam pomoći da bolje razumijemo ovisnost otpora o uzgonu. Tom zamjenom dobivamo

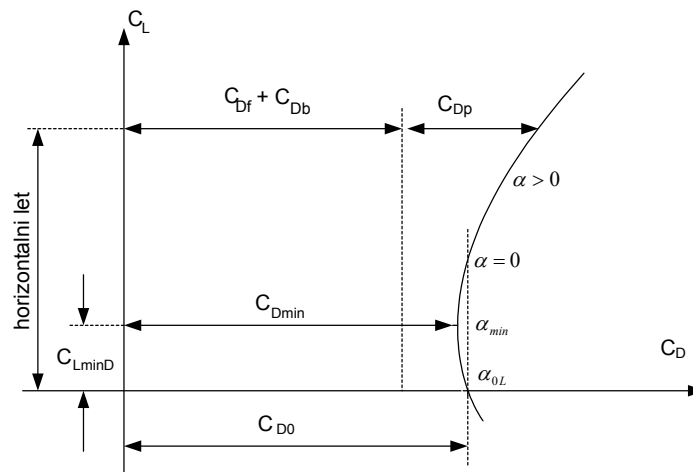
$$C_D = C_{D0} + \alpha C_L.$$

Ova jednadžba pokazuje utjecaj napadnog kuta na otpor letjelice. Vidimo da je totalni otpor zbroj otpora pri nultom uzgonu i otporu zbog uzgona, koji nazivamo inducirani otpor. Taj dodatni otpor ostvaruje se uglavnom kroz D_w , jer je utjecaj napadnog kuta na otpor trenja i otpor dna neznatan. Kako je sila uzgona također ovisna o napadnom kutu, te dvije ovisnosti

$$\begin{aligned} C_D &= C_{D0} + \alpha C_L \\ C_L &= C_{L\alpha}(\alpha - \alpha_{0L}) \end{aligned} \quad 3.33$$

predstavljaju parametarske jednadžbe *polare* zrakoplova (slika 3-11) ili eliminacijom napadnog kuta

$$C_D = C_{D0} + \alpha_{0L} C_L + \frac{1}{C_{L\alpha}} C_L^2. \quad 3.34$$



Slika 3-10. Polara zrakoplova

Iz ove jednadžbe dobivamo da je najmanji otpor zrakoplova C_{Dmin} za napadni kut $\alpha_{min} = \alpha_{0L}/2$ i on ima vrijednost

$$C_{Dmin} = C_{D0} - C_{L\alpha} \left(\frac{\alpha_{0L}}{2} \right)^2, \quad 3.35$$

a pri minimalnom otporu bit će uzgon

$$C_{L\min D} = C_{L\alpha} (\alpha_{\min} - \alpha_{0L}) = -C_{L\alpha} \frac{\alpha_{0L}}{2}. \quad 3.36$$

Pri napadnom kutu α_{0L} , kada je uzgon jednak nuli, otpor C_{D0} nije najmanji. Najmanja vrijednost otpora je pri napadnom kutu $\alpha_{\min} = \alpha_{0L}/2$, kad postoji neki mali uzgon $L_{\min D}$.

Pomoću vrijednosti za $C_{D\min}$ i $C_{L\min D}$, jednadžba polare može se napisati u obliku

$$C_D = C_{D\min} + \frac{1}{C_{L\alpha}} (C_L - C_{L\min D})^2. \quad 3.37$$

Tu jednadžbu izveli smo uz pretpostavku da aksijalna sila ne ovisi o napadnom kutu. Naznačili smo da je to samo jedna aproksimacija koja je za supersoniku dovoljno točna, a manje točna za subsoniku. Zato se koristimo jednadžbom

$$C_D = C_{D\min} + K (C_L - C_{L\min})^2. \quad 3.38$$

Međutim, u poglavlju o performansama zrakoplova, s namjerom a se olakšaju i omogućće jednostavne veze između performansi i karakteristika zrakoplova, koristi se oblik polare

$$C_D = C_{D0} + K C_L^2, \quad 3.39$$

što pretpostavlja da je $C_{D\min} \approx C_{D0}$ i da je $C_{L\min} \approx 0$. Za zrakoplove koji imaju profil krila bez velike zakrivljenosti srednje linije ove su aproksimacije prihvatljive.

Koeficijent K ima veliko značenje i bitnu ulogu na performanse zrakoplova. Jasno je da želimo zrakoplov koji ima što manji taj koeficijent, jer će takav zrakoplov za isti uzgon imati manji otpor.

U subsonici, kad postoji sila uzgona, pod dejstvom vezanog vrtloga zrak prelazi oko prednjega ruba krila s donje strane krila na gornju zbog razlike tlaka. To opstrujavanje prednjega ruba stvara područje podtlaka oko prednjega ruba, a podtlak oko prednjega ruba uzrokuje silu u pravcu gibanja. Ta sila sisanja smanjuje prirast aksijalne sile zbog promjene tlaka po površini krila usled napadnog kuta. Rezultanta tih dviju sila je inducirani otpor. Prema *Glauertovoj* teoriji za slučaj eliptičnog krila koeficijent induciranog otpora je

$$\frac{1}{\pi A} C_L^2 = K C_L^2$$

Za trapezna krila inducirani otpor ima drugu vrijednost, pa radi primjene iste jednadžbe uvodimo Oswaldov koeficijent e :

$$\frac{1}{e\pi A} C_L^2 = K C_L^2 \quad 3.40$$

ili

$$K = \frac{1}{e\pi A}, \quad 3.41$$

gdje je $0.65 < e < 0.85$. Procjena Oswaldova koeficijent izvodi se prema jednadžbama:

- za zrakoplov s trapeznim krilom bez strijele

$$e = 1.78(1 - 0.045A^{0.68}) - 0.64, \quad 3.42$$

- za zrakoplov s trapeznim strelastim krilom

$$e = 4.61(1 - 0.045A^{0.68})(\cos \Lambda_{LE})^{0.15} - 3.1 \quad 3.43$$

Takva procjena za e u subsonici daje K konstantno, što se pokazalo prihvatljivim do Ma_{cr} . Međutim za veće vrijednosti Machovog broja K se povećava. To daljnje povećanje objašnjava se daljnjim smanjenjem sile u pravcu gibanja zbog nemogućnosti zraka da dovoljno brzo opstrujava prednji rub krila, što ima za posljedicu nedovoljni podtlak da bi se dobila potrebna sila u pravcu gibanja.

U supersonici iz linearne teorije krila znamo da je za vrijednosti Machova broja

$$Ma > Ma_{LE} = \frac{1}{\cos \Lambda_{LE}}$$

napadni rub krila supersoničan te zrak ne prelazi oko prednjega ruba krila s jedne na drugu stranu krila. Zato nema nikakve sile u pravcu gibanja. Inducirani otpor nastaje samo kao posljedica prirasta aksijalne sile zbog promjene tlaka po površini krila usled napadnog kuta. U slučaju profila ploče taj koeficijent inducirano otpora iznosi

$$KC_L^2 = C_N \sin \alpha.$$

Iz ove jednadžbe dobivamo

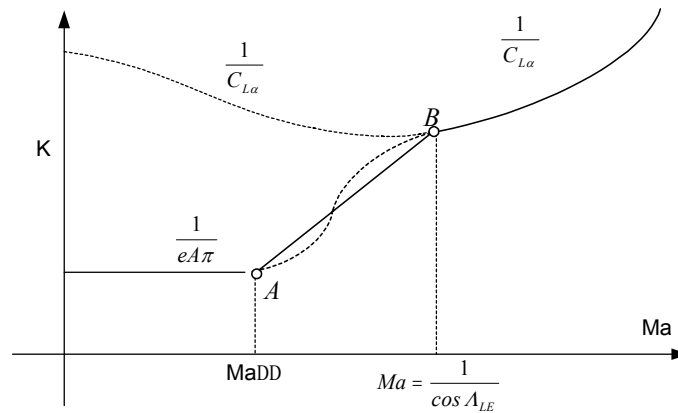
$$K = \frac{1}{C_{L\alpha}}. \quad 3.44$$

Na granicama transonike dva su ekstremna slučaja:

- do Ma_{cr} kad postoji sila u pravcu gibanja $S = 1$ odgovara joj $K = \frac{1}{\pi A}$ i
- od Ma_{LE} kad nema sile u pravcu gibanja $S = 0$ tada je $K = \frac{1}{C_{L\alpha}}$.

Za Machove brojeve u transonici $Ma_{cr} < Ma < Ma_{LE}$ pretpostavlja se da postoji djelomično opstrujavanje prednjeg ruba $1 > S > 0$. Primijenit ćemo stoga linearnu interpolaciju u tom intervalu, ali tako da za vrijednost Ma_{DD} odgovara $K_1 = 1/eA\pi$, a za Ma_{LE} je $K_0 = 1/C_{L\alpha}$. To znači da je u tom intervalu za zadani Machov broj koeficijent linearne interpolacije

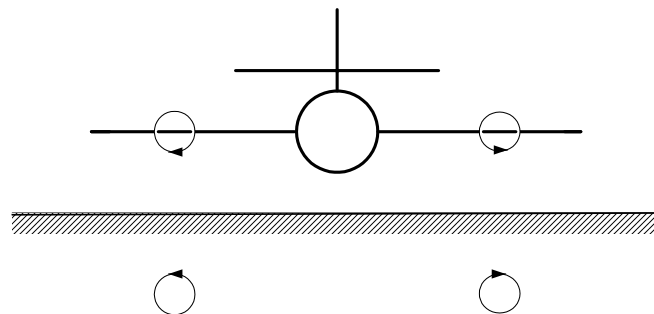
$$\xi = \frac{Ma - Ma_{DD}}{Ma_{LE} - Ma_{DD}} \quad 3.45$$

Slika 3-11. Koeficijent K u ovisnosti o Machovu broju

te je K za zadanu vrijednost Ma dano jednadžbom

$$K = \frac{1}{eA\pi} + \xi \left(\frac{1}{C_{L\alpha}} - \frac{1}{eA\pi} \right). \quad 3.46$$

Na slici 3-11 predstavljena je promjena $K(Ma)$. U subsonici $Ma < Ma_{DD}$ je $K = 1/eA\pi$. U supersonici za vrijednosti $Ma > Ma_{LE}$, kada je napadni rub krila supersoničan, $K = 1/C_{L\alpha}$. Konačno, od točke A do točke B ostala je nepoznata prijelazna krivulja. Poslužit ćemo se vrijednostima koje dobivamo linearnom interpolacijom koeficijenta K od točke A do točke B .



Slika 3-12 Simetrični fiktivni vrtlozi

Na veličinu induciranog otpora utječe i prisutnost tla. U trenutku polijetanja i slijetanja tlo utječe na sliku opstrujavanja krila. Iz graničnih uvjeta da brzina zraka pri opstrujavanju krila mora biti tangencijalna s tlom, zaključuje se da u tlu mora postojati za svaki elementarni

vtlog koji silazi s krila, odgovarajući i fiktivni vrtlog jednakog intenziteta, suprotnog smjera i simetrične pozicije u odnosu na stvarni vrtlog. Ti fiktivni vrtlozi uzrokuju promjene slike opstrujavanja krila, a to znači da mijenjaju i uzgon krila i inducirani otpor krila. Izmjene će ovisiti o udaljenosti krila od tla. Glauertova teorija u ovom slučaju daje odnos

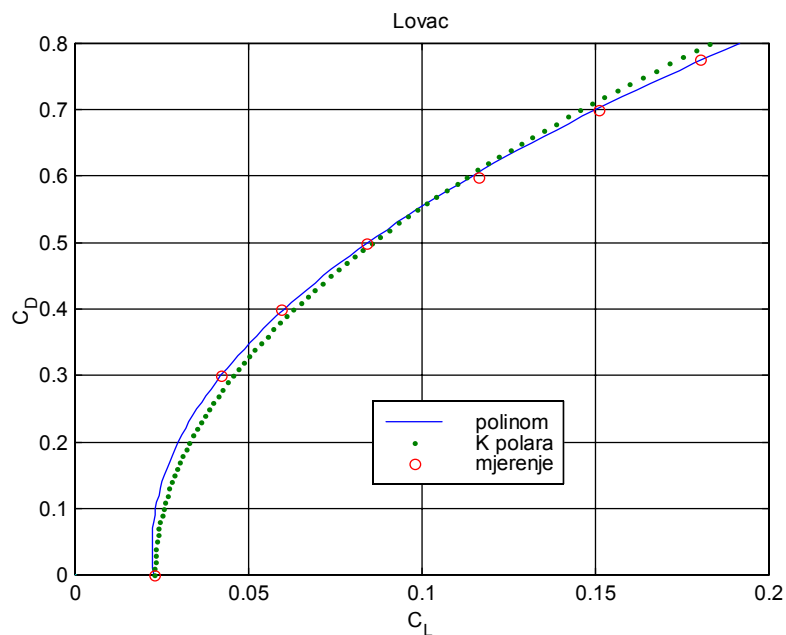
$$\frac{C_{Di \text{ ground}}}{C_{Di}} = \frac{\left(16\frac{h}{b}\right)^2}{1 + \left(16\frac{h}{b}\right)^2}. \quad 3.47$$

U toj jednadžbi je h visina krila od tla, a b raspon krila na zrakoplovu.

3.1.8 Primjer

Mjerenja u aerotunelu otpora i uzgona zrakoplova *lovca* pri $Ma = 0.8$ i pri različitim napadnim kutovima dala su ove rezultate

C_L	0.000	0.300	0.400	0.500	0.600	0.700	0.776
C_D	0.0228	0.042	0.0593	0.084	0.116	0.1506	0.180



Slika 3-13. Slika mjerene polare i usklađene

Na temelju tih mjerenja treba odrediti stvarnu polaru i polaru oblika

$$C_D = C_{D0} + KC_L^2.$$

U MATLAB-u napravljen je program *Polara.m* koji se nalazi na disketi u direktoriju *Aerodinamika*, s kojim je nacrtan dijagram na slici 3-13. Najbolji polinom drugoga reda jest

$$C_D = 0.0226 - 0.0226 \cdot C_L + 0.2924 \cdot C_L^2 = 0.0222 + 0.293 \cdot (C_L - 0.0386)^2$$

Taj polinom prolazi kroz mjerene točke. Ako želimo oblik bez linearnog člana po napadnom kutu pogodan za analizu performansi, onda je rezultat

$$C_D = 0.0228 + 0.250 \cdot C_L^2$$

Ovu polaru dobit ćemo ako svakoj točki C_D, C_L dodamo simetričnu točku $C_D, -C_L$ pa odredimo najbolji polinom drugog reda za sve točke.

3.2 Normalna sila i moment propinjanja

Na početku ovog poglavlja vidjeli smo da za zrakoplovne konfiguracije aerodinamički koeficijent normalne sile i momenta propinjanja imaju oblik

$$C_N = f_N(\alpha, \dot{\alpha}^*, q^*, \delta_m)$$

$$C_m = f_m(\alpha, \dot{\alpha}^*, q^*, \delta_m).$$

Ako te funkcije razvijemo u red, dobivamo linearnu zavisnost aerodinamičkog koeficijenta normalne sile i momenta propinjanja:

$$C_N = C_{N0} + C_{N\alpha} \alpha + C_{N\dot{\alpha}} \dot{\alpha}^* + C_{Nq} q^* + C_{N\delta_m} \delta_m \quad 3.48$$

$$C_m = C_{m0} + C_{m\alpha} \alpha + C_{m\dot{\alpha}} \dot{\alpha}^* + C_{mq} q^* + C_{m\delta_m} \delta_m \quad 3.49$$

Ovim lineariziranim modelom možemo se služiti ako su parametri α , $\dot{\alpha}^*$, q^* i δ_m male veličine u odnosu na interval u kome se aerodinamički koeficijenti C_N i C_m ponašaju linearno. To uvijek vrijedi za putničke i transportne zrakoplove, ali za sportske i borbene zrakoplove koji trebaju velike manevarske sposobnosti to treba provjeriti.

Normalnu silu kao i aerodinamički moment propinjanja zrakoplova stvaraju svi dijelovi zrakoplova: kombinacija krilo-tijelo, kombinacija horizontalni rep-tijelo (ili kombinacija canari-tijelo u slučaju *canard* konfiguracije) i tijelo:

$$C_N = (C_N)_{WB} + (C_N)_{hB} + (C_N)_B \quad 3.50$$

$$C_m = (C_m)_{WB} + (C_m)_{hB} + (C_m)_B$$

To načelo superpozicije vrijedi i za nulte članove i za gradijente. Tako je za nulte članove

$$C_{N0} = (C_{N0})_{WB} + (C_{N0})_{hB} + (C_{N0})_B \quad 3.51$$

$$C_{m0} = (C_{m0})_{WB} + (C_{m0})_{hB} + (C_{m0})_B,$$

a za gradijent na primjer po napadnom kutu

$$\begin{aligned} C_{N\alpha} &= (C_{N\alpha})_{WB} + (C_{N\alpha})_{hB} + (C_{N\alpha})_B \\ C_{m\alpha} &= (C_{m\alpha})_{WB} + (C_{m\alpha})_{hB} + (C_{m\alpha})_B \end{aligned} \quad 3.52$$

Isto tako možemo pisati i za druge gradijente, samo što gradijente po otklonu kormila visine stvara samo kombinacija horizontalni rep-tijelo:

$$\begin{aligned} C_{N\delta_m} &= (C_{N\delta_m})_{hB} \\ C_{m\delta_m} &= (C_{m\delta_m})_{hB} \end{aligned} \quad 3.53$$

Zato ćemo za potrebe normalne sile i momenta propinjanja analizirati posebno kombinaciju krilo - tijelo, zatim horizontalni rep - tijelo i konačno samo tijelo.

3.2.1 Normalna sila i moment propinjanja kombinacije BW

Trebamo razlikovati napadni kut krila α_w od napadnog kuta zrakoplova α . Napadni kut krila mjerimo od aerodinamičke brzine do korenske tetive, a napadni kut zrakoplova od aerodinamičke brzine do glavne osi tromosti x . Kako je korenska tetiva postavljena pod kutom i_w (postavni kut krila) u odnosu na os x tromosti zrakoplova, dobivamo vezu

$$\alpha_w = \alpha + i_w.$$

Kao što je poznato iz aerodinamike krilo sa nesimetričnim profilom ima normalnu silu koja je linearna po napadnom kutu krila α_w

$$C_N = C_{N\alpha} (\alpha_w - \alpha_{0W}).$$

Ta normalna sila krila ima svoju napadnu točku na udaljenosti ℓ_{cw} od vrha letjelice. Moment propinjanja letjelice čine moment te sile, koji ovisi o napadnom kutu, i spreg propinjanja $(C_{m0})_w$ koji ne ovisi o napadnom kutu. Koeficijent $(C_{m0})_w$ i kut $(\alpha_0)_w$ karakteristike su krila koje ovise prije svega o profilu, a zatim i o obliku krila. Za tablične profile postoje podaci o $(C_{m0})_{prof}$ i $(\alpha_0)_{prof}$ (npr. lit. [1]). Ako krilo nije uvijeno i ima isti profil po rasponu, onda je

$$\alpha_{0W} = (\alpha_0)_{prof}$$

Ako je krilo uvijeno a to znači da je napadni kut promjenljiv po rasponu, onda treba odrediti prosječni ekvivalentni napadni kut α_{eq} koji daje istu normalnu silu kao promjenljiv $\alpha(y)$:

$$N_W(\alpha_{eq}) = 2 \int_0^{b/2} dN(\alpha)$$

Taj prosječni napadni kut α_{eq} predstavlja dio postavnog kuta krila. Oblik krila (vitkost i strijela napadnog ruba), mijenja spreg $(C_{m0})_w$ te on nije jednak $(C_{m0})_{prof}$. Utjecaj oblika krila može se procijeniti prema empirijskoj formuli

$$(C_{m0})_w = (C_{m0})_{prof} \frac{A \cos^2 \Lambda_{LE}}{A + 2 \cos \Lambda_{LE}}. \quad 3.54$$

Za kombinaciju krilo-tijelo usvojiti ćemo da je $(C_{m0})_{WB} = (C_{m0})_w$, ali se $(C_{m0})_w$ treba izračunati prema gornjoj jednadžbi za krilo s podtrupnim dijelom.

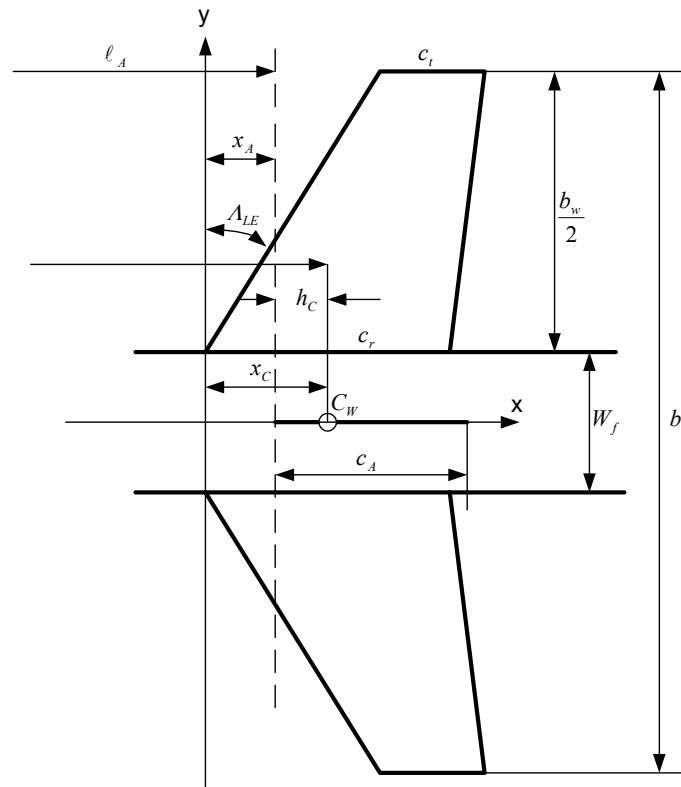
U odjeljku 2.3 vidjeli smo da je ekvivalentni napadni kut krila

$$\alpha_{BW} = K_{BW} \alpha + k_{BWw} (i_w - \alpha_{0w}), \quad 3.55$$

što daje normalnu silu kombinacije

$$N_{BW} = \frac{\rho V^2}{2} S_w (C_{N\alpha})_w [K_{BW} \alpha + k_{BWw} (i_w - \alpha_{0w})] \quad 3.56$$

gdje je S_w površina *samog krila*. Treba napomenuti da krilo stvara još jednu normalnu komponentu u sprezi s tijelom.

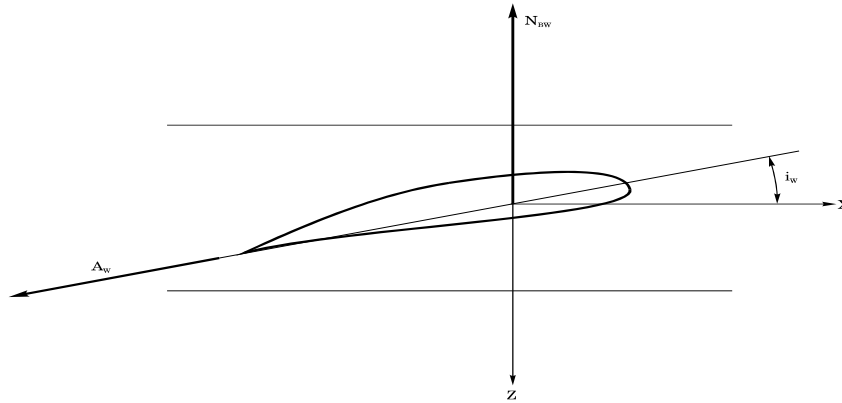


Slika 3-14. Kombinacija krilo tijelo

Naime, krilo ima i aksijalnu silu $A_w = \frac{\rho V^2}{2} S_w (C_A)_w$ u pravcu tetive krila kao na slici 3-14.

Ta sila ima komponentu $A_w \sin i_w \approx A_w i_w$ u pravcu osi tromosti z pa je

$$N_{BW} = \frac{\rho V^2}{2} S_w (C_{N\alpha})_w [K_{BW} \alpha + k_{BW} (i_w - \alpha_{0W})] - \frac{\rho V^2}{2} S_w (C_A)_w i_w$$



Slika 3-15. Normalna sila kombinacije i aksijalna sila krila

Dijeljenjem s referentnom silom $\frac{\rho V^2}{2} S_{ref}$ dobivamo koeficijent normalne sile kombinacije tijelo-krilo:

$$(C_N)_{BW} = \frac{S_w}{S_{ref}} \{ (C_{N\alpha})_w [K_{BW} \alpha + k_{BW} (i_w - \alpha_{0L})] - (C_A)_w i_w \}. \quad 3.57$$

U većini slučajeva opravdano je zanemariti $(C_A)_w$ u odnosu na $(C_{N\alpha})_w$. Zato ćemo se u daljnjem radu koristiti koeficijentom normalne sile kombinacije tijelo-krilo u obliku:

$$(C_N)_{BW} = \frac{S_w}{S_{ref}} (C_{N\alpha})_w [K_{BW} \alpha + k_{BW} (i_w - \alpha_{0W})]. \quad 3.58$$

Iz ove jednadžbe nalazimo da je nulti član kombinacije krilo-tijelo

$$(C_{N0})_{BW} = \frac{S_w}{S_{ref}} (C_{N\alpha})_w k_{BW} (i_w - \alpha_{0W}), \quad 3.59$$

da je gradijent po napadnom kutu

$$(C_{N\alpha})_{BW} = \frac{S_w}{S_{ref}} (C_{N\alpha})_w K_{BW}, \quad 3.60$$

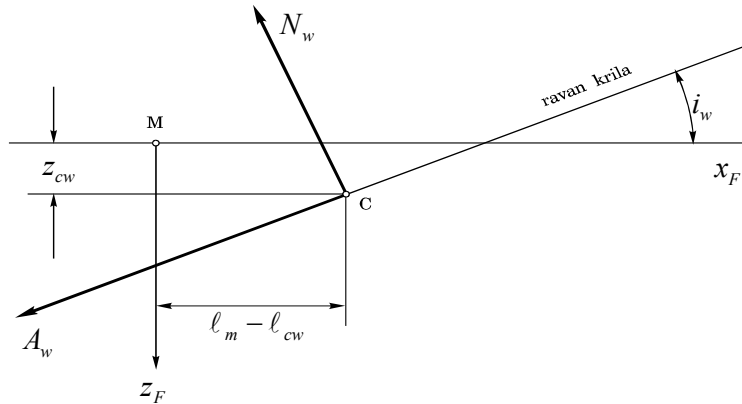
te konačno da je gradijent normalne sile kombinacije po otklonu kormila visine

$$(C_{N\delta_m})_{BW} = 0 \quad 3.61$$

jer normalna sila kombinacije krilo-tijelo ne ovisi o otklonu kormila visine.

Koordinate napadne točke normalne sile krila N_w i aksijalne sile A_w u koordinatnom sustavu zrakoplova su $(\ell_m - \ell_{cw}, 0, z_w)$, te je moment propinjanja tih sila za os y tromosti zrakoplova

$$(N_w \cos i_w - A_w \sin i_w)(\ell_m - \ell_{cw}) - (N_w \sin i_w + A_w \cos i_w)z_w$$



Slika 3-16. Položaj normalne i aksijalne sile krila

Uočimo da je svejedno mjerimo li udaljenosti od vrha letjelice ili od aerodinamičkog središta jer je razlika udaljenosti ista: $\ell_m - \ell_{cw} = h_m - h_{cw}$. Postavni kut krila i_w uvijek je mali pa je moment ovih sila:

$$\begin{aligned} & (N_w - A_w i_w)(\ell_m - \ell_{cw}) - (N_w i_w + A_w)z_w = \\ & = N_w(\ell_m - \ell_{cw}) \left[1 - \frac{A_w i_w}{N_w} - \frac{i_w z_w}{\ell_m - \ell_{cw}} - \frac{A_w z_w}{N_w(\ell_m - \ell_{cw})} \right] \end{aligned}$$

U većini slučajeva mogu se zanemariti članovi

$$\frac{A_w i_w}{N_w}, \quad \frac{i_w z_w}{\ell_m - \ell_{cw}}, \quad \frac{A_w z_w}{N_w(\ell_m - \ell_{cw})}$$

u odnosu na jedinicu. To se može provjeriti u svakom konkretnom slučaju, te ako uvjet nije ispunjen, mogu se uzeti u obzir svi članovi. Radi jednostavnosti pretpostavit ćemo u daljnjem tekstu da je taj uvjet ispunjen pa je moment propinjanja zrakoplova od aerodinamičkih sila krila za središte mase zrakoplova zbroj sprega propinjanja krila i momenta normalne sile kombinacije tijelo-krilo:

$$M_{BW} = M_{oW} + N_{WB}(\ell_m - \ell_{cw})$$

$$\frac{\rho V^2}{2} S_{ref} c_A (C_m)_{WB} = \frac{\rho V^2}{2} S_{ref} c_A (C_{m0})_{WB} + \frac{\rho V^2}{2} S_w (C_{N\alpha})_w [K_{BW} \alpha + k_{BW} (i_w - \alpha_{0L})](\ell_m - \ell_{cw}).$$

Dijeljenjem ove jednadžbe s referentnim momentom $\frac{\rho V^2}{2} S_{ref} c_A$ dobivamo koeficijent momenta propinjanja za središte mase od kombinacije tijelo-krilo :

$$(C_m)_{BW} = (C_{m0})_{WB} + \frac{S_w}{S_{ref}} (C_{N\alpha})_w [K_{BW} \alpha + k_{BW} (i_w - \alpha_{0L})] (\bar{\ell}_m - \bar{\ell}_{cw}) \quad 3.62$$

Kada je napadni kut zrakoplova jednak nuli, koeficijent momenta propinjanja je

$$(C_{m0})_{BW} = \frac{S_w}{S_{ref}} [(C_{m0})_w + (C_{N\alpha})_w k_{BW} (i_w - \alpha_{0L}) (\bar{\ell}_m - \bar{\ell}_{cw})]. \quad 3.63$$

Derivacijom po napadnom kutu, dobivamo gradijent koeficijenta momenta propinjanja kombinacije krilo-tijelo:

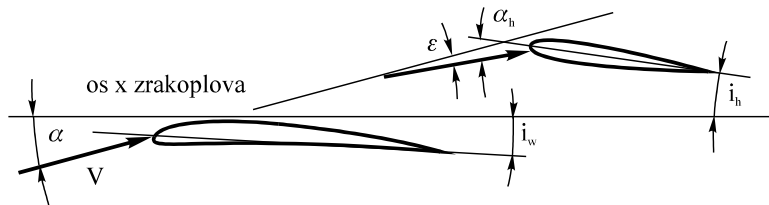
$$(C_{m\alpha})_{BW} = \frac{S_w}{S_{ref}} K_{BW} (C_{N\alpha})_w (\bar{\ell}_m - \bar{\ell}_{cw}). \quad 3.64$$

Jasno je da je derivacija $(C_{m\delta_m})_{BW} = 0$, jer normalna sila pa i njen moment kombinacije tijelo-krilo ne ovisi o otklonu kormila visine.

3.2.2 Normalna sila i moment propinjanja kombinacije hB

Normalna sila horizontalnog repa ima dva dijela. Prvi je uslijed napadnog kuta na kombinaciji horizontalni rep-tijelo α_h , a drugi uslijed otklona upravljačkih površina δ_m . Napadni kut kombinacije horizontalni rep-trup bit će jednak napadnom kutu zrakoplova umanjenom za savijanje struje ε :

$$\alpha - \varepsilon,$$



Slika 3-17. Napadni kut horizontalnog repa

gdje je $\varepsilon = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} (\alpha + i_w - \alpha_{0W})$. U toj kombinaciji horizontalni rep postavljen je pod kutom i_h

u odnosu na tijelo. Prema tome, ekvivalentni napadni kut na horizontalnom repu je

$$\alpha_{BH} = K_{BH} \left[\alpha - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} (\alpha + i_w - \alpha_{0W}) \right] + k_{BH} i_h. \quad 3.65$$

U ovoj jednadžbi nema nultog kuta profila horizontalnog repa zato što horizontalni rep ima obično simetričan profil za koji je $\alpha_{0h} = 0$.

Obje komponente normalne sile na horizontalnom repu imaju gubitke zbog smanjenog dinamičkog tlaka iza krila. Taj gubitak uzimamo u obzir množenjem dinamičkog tlaka s koeficijentom η_h . Komponenta zbog otklona upravljačke površine δ_m ima još dodatne gubitke kroz zazor između nepokretnog (dio horizontalnog repa) i pokretnog dijela noseće površine (kormilo visine). Te gubitke uzimamo u obzir time što dinamički tlak te komponente smanjujemo množeći ga s još jednim koeficijentom η_{slot} , koji procjenjujemo u subsonici $\eta_{slot} = 0.85$, a u supersonici je znatno manji te se može u prvoj iteraciji zanemariti ($\eta_{slot} = 1$). Tako zaključujemo da je ukupna normalna sila kombinacije horizontalni rep-tijelo:

$$N_{hB} = \eta_h \frac{\rho V^2}{2} S_h (C_{N\alpha})_h \left\{ K_{BH} \left[\alpha - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} (\alpha + i_W - \alpha_{0L}) \right] + k_{BH} i_h \right\} + \eta_V \eta_{slot} \frac{\rho V^2}{2} S_h (C_{N\delta})_h \delta_m$$

Dijeljenjem ove jednadžbe s referentnom silom $\frac{\rho V^2}{2} S_{ref}$ dobivamo koeficijent normalne sile zrakoplova koji stvara kombinacija horizontalni rep-tijelo

$$(C_N)_{hB} = \eta_h \frac{S_h}{S_{ref}} \left\{ (C_{N\alpha})_h \left[K_{BH} \left[\alpha - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} (\alpha + i_W - \alpha_0) \right] + k_{BH} i_h \right] + \eta_{slot} (C_{N\delta})_h \delta_m \right\} \quad 3.66$$

U ovoj jednadžbi je $(C_{N\alpha})_h$ određeno u odjeljku 2.2.3, a K_{BH} je određeno za odnos promjera trupa na mjestu horizontalnog repa prema rasponu kombinacije horizontalni rep – trup i k_{BH} u odjeljku 2.3. Kada je trup malog promjera na mjestu horizontalnog repa, onda se obično zanemaruje koeficijent interferencije ($K_{BW} = k_{BW} = 1$) te je tada

$$(C_N)_{hB} = \eta_h \frac{S_h}{S_{ref}} \left\{ (C_{N\alpha})_h \left[\alpha - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} (\alpha + i_W - \alpha_0) + i_h \right] + \eta_{slot} (C_{N\delta})_h \delta_m \right\}. \quad 3.67$$

Iz ove jednadžbe dobivamo da je

$$(C_{N0})_{hB} = \eta_h \frac{S_h}{S_{ref}} (C_{N\alpha})_h \left[-\frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} (i_W - \alpha_0) + i_h \right] \quad 3.68$$

$$(C_{N\alpha})_{hB} = \eta_h \frac{S_h}{S_{ref}} (C_{N\alpha})_h \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) \quad 3.69$$

$$(C_{N\delta_m})_{hB} = \eta_V \eta_{slot} \frac{S_h}{S_{ref}} (C_{N\delta})_h, \quad 3.70$$

pa je konačno koeficijent normalne sile horizontalnog repa (za referentni tlak i referentnu površinu zrakoplova)

$$(C_N)_{hB} = (C_{N0})_{hB} + (C_{N\alpha})_{hB} \alpha + (C_{N\delta_m})_{hB} \delta_m. \quad 3.71$$

Budući da ne postoji spreg od horizontalnog repa jer je profil horizontalnog repa obično simetričan, moment propinjanja za središte mase od horizontalnog repa ima također tri dijela, a to su momenti za središte mase ova triju dijelova normalne sile. Prvi i drugi dio normalne sile na repu, $(C_{N0})_{hB}$ i $(C_{N\alpha})_{hB} \alpha$, imaju hvatište u napadnoj točki normalne sile horizontalnog repa na udaljenosti ℓ_{ch} od vrha letjelice ($\bar{\ell}_{ch}$ poslije dijeljenja s referentnom duljinom propinjanja c_A). Zato je prvi dio koeficijent momenta propinjanja za središte mase od prvoga dijela normalne sile na repu

$$(C_{m0})_{hB} = -(C_{N0})_{hB} (\bar{\ell}_{ch} - \bar{\ell}_m) \quad 3.72$$

kao i drugi

$$(C_{m\alpha})_{hB} \alpha = -(C_{N\alpha})_{hB} \alpha \cdot (\bar{\ell}_{ch} - \bar{\ell}_m). \quad 3.73$$

Komponenta normalne sile na horizontalnom repu uslijed otklona upravljačke površine δ_m ima hvatište na udaljenosti $\ell_{\delta h}$ od vrha letjelice, te je koeficijent njenog momenta propinjanja

$$(C_{m\delta_m})_{hB} \delta_m = -(C_{N\delta_m})_{hB} \delta_m \cdot (\bar{\ell}_{\delta h} - \bar{\ell}_m). \quad 3.74$$

Tako zaključujemo da je koeficijent momenta propinjanja za središte mase od horizontalnog repa

$$(C_m)_{hB} = -[(C_{N0})_{hB} + (C_{N\alpha})_{hB} \alpha] \cdot (\bar{\ell}_{ch} - \bar{\ell}_m) - (C_{N\delta_m})_{hB} \delta_m \cdot (\bar{\ell}_{\delta h} - \bar{\ell}_m) \quad 3.75$$

ili

$$(C_m)_{hB} = -\eta_V \frac{S_h}{S_{ref}} \left\{ (C_{N\alpha})_h \left[\alpha - \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \alpha} (\alpha + i_W - \alpha_{0w}) + i_h \right] (\bar{\ell}_{ch} - \bar{\ell}_m) + \eta_{slot} (C_{N\delta_m})_h \delta_m (\bar{\ell}_{\delta h} - \bar{\ell}_m) \right\} \quad 3.76$$

Taj koeficijent ima tri dijela. Prvi je konstantan

$$(C_{m0})_{hB} = -\eta_V \frac{S_h}{S_{ref}} (C_{N\alpha})_h \left[-\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \alpha} (i_W - \alpha_{0w}) + i_h \right] (\bar{\ell}_{ch} - \bar{\ell}_m) \quad 3.77$$

Drugi je proporcionalan napadnom kutu α , a njegov gradijent je

$$(C_{m\alpha})_{hB} = -\eta_V \frac{S_h}{S_{ref}} (C_{N\alpha})_h \left(1 - \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \alpha} \right) (\bar{\ell}_{ch} - \bar{\ell}_m) \quad 3.78$$

i treći koji je proporcionalan otklonu kormila visine δ_m , s gradijentom

$$(C_{m\delta_m})_{hB} = -\eta_V \eta_{slot} \frac{S_h}{S_{ref}} (C_{N\delta_m})_h (\bar{\ell}_{\delta h} - \bar{\ell}_m). \quad 3.79$$

Gradijent $(C_{N\delta})_h$ horizontalnog repa po otklonu kormila visine odredili smo u odjeljku 2.2.7.

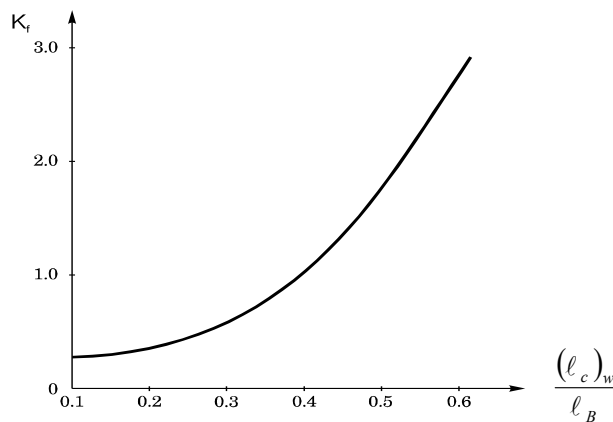
U supersonici cijeli horizontalni rep je kormilo visine te je $(C_{N\delta})_h = (C_{N\alpha})_h$ a hvatište

$$\ell_{\delta h} = \ell_{ch}.$$

3.2.3 Moment propinjanja tijela

Na prednjem divergentnom dijelu tijela javlja se pozitivna normalna sila (sila uzgona), a na zadnjem konvergentnom dijelu javlja se negativna normalna sila (negativan uzgon). Te dvije sile približno su slične, pa je njihova rezultanta zanemariva, ali one čine spreg koji treba uzeti u obzir i koji je proporcionalan napadnom kutu tijela. Taj spreg možemo procijeniti pomoću empirijske formule prema [18]:

$$(C_m)_B = K_f \frac{W_B^2 \ell_B}{c_A S_{ref}} \alpha \quad 3.80$$



Slika 3-18. Koeficijent sprega propinjanja trupa

W_B i ℓ_B su širina i duljina tijela, a K_f je koeficijent koji ovisi o odnosu udaljenosti napadne točke krila od vrha $(\ell_c)_w$, prema ukupnoj duljini tijela ℓ_B .

Ako tijelo nema zadnji konvergentni dio, ili ako je suženje na zadnjem dijelu malo, ova jednadžba ne daje realnu procjenu. U tom slučaju treba upotrijebiti procjene iz lit [27].

3.2.4 Nulti članovi i stacionarni gradijenti normalne sile i momenta propinjanja

Sada imamo sve dijelove nultih članova i gradijenata po napadnom kutu i po otklonu kormila visine od koeficijenata normalne sile i momenta propinjanja.

Nulti član normalne sile je zbroj članova normalne sile kombinacije krilo - trup (jednadžba 3.59) i horizontalni rep - trup (jednadžba 3.68):

$$C_{N0} = (C_{N0})_{WB} + (C_{N0})_{hB} \quad 3.81$$

$$C_{N0} = \frac{S_w}{S_{ref}} (C_{N\alpha})_w k_{BW} (i_w - \alpha_{0L}) + \eta_h \frac{S_h}{S_{ref}} (C_{N\alpha})_h \left[-K_{hB} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} (i_w - \alpha_0) + k_{hB} i_h \right] \quad 3.82$$

Nulti član koeficijenta momenta propinjanja također je zbroj (jednadžbe 3.63 i 3.77)

$$C_{m0} = (C_{m0})_{WB} + (C_{m0})_{hB} \quad 3.83$$

$$C_{m0} = \frac{S_w}{S_{ref}} \left[(C_{m0})_w + (C_{N\alpha})_w k_{BW} (i_w - \alpha_{0L}) (\bar{\ell}_m - \bar{\ell}_{cw}) \right] - \eta_h \frac{S_h}{S_{ref}} (C_{N\alpha})_h \left[-K_{hB} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} (i_w - \alpha_{0w}) + k_{hB} i_h \right] (\bar{\ell}_{ch} - \bar{\ell}_m) \quad 3.84$$

U gradijentu normalne sile ne sudjeluje tijelo već samo kombinacija krilo-tijelo i kombinacija horizontalan rep-tijelo (jednadžbe 3.60 i 3.69)

$$C_{N\alpha} = (C_{N\alpha})_{WB} + (C_{N\alpha})_{hB} \quad 3.85$$

$$C_{N\alpha} = \frac{S_w}{S_{ref}} (C_{N\alpha})_w K_{BW} + \eta_h \frac{S_h}{S_{ref}} (C_{N\alpha})_h K_{hB} \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) \quad 3.86$$

U gradijentu po napadnom kutu momenta propinjanja sudjeluju sva tri dijela:

$$C_{m\alpha} = (C_{m\alpha})_{WB} + (C_{m\alpha})_{hB} + (C_{m\alpha})_B. \quad 3.87$$

Taj je zbroj prema jednadžbama 3.64, 3.78 i 3.80:

$$C_{m\alpha} = \frac{S_w}{S_{ref}} K_{BW} (C_{N\alpha})_w (\bar{\ell}_m - \bar{\ell}_{cw}) - \eta_h \frac{S_h}{S_{ref}} (C_{N\alpha})_h \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) (\bar{\ell}_{ch} - \bar{\ell}_m) + K_f \frac{W_B^2 \ell_B}{c_A S_{ref}} \quad 3.88$$

U gradijentu normalne sile po odklonu kormila visine kao i od momenta propinjanja sudjeluje samo horizontalni rep (jednadžbe 3.70 i 3.79)

$$C_{N\delta_m} = (C_{N\delta_m})_{hB} = \eta_h \eta_{slot} \frac{S_h}{S_{ref}} (C_{N\delta})_h \quad 3.89$$

$$C_{m\delta_m} = (C_{m\delta_m})_{hB} = -\eta_h \eta_{slot} \frac{S_h}{S_{ref}} (C_{N\delta})_h (\bar{\ell}_{\delta h} - \bar{\ell}_m) \quad 3.90$$

Ove jednadžbe za procjenu derivativa pokazuju nam utjecaj veličine i položaja krila i horizontalnog repa na njihovu veličinu. Točnija procjena derivativa $C_{N\alpha}$, $C_{m\alpha}$, $C_{N\delta_m}$ i $C_{m\delta_m}$ može se naći u lit.[28] i [29].

3.2.5 Gradijenti zbog promjenjivog napadnog kuta

Hvatište normalne sile horizontalnog repa je na udaljenosti $\ell_{ch} - \ell_{cw}$ od hvatišta normalne sile krila. Ako je brzina letjelice V , onda je potrebno vrijeme

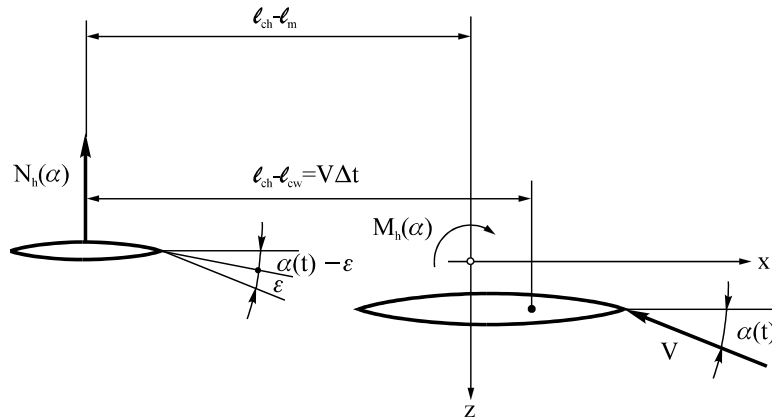
$$\Delta t = \frac{\ell_{ch} - \ell_{cw}}{V}$$

da horizontalni rep dođe na mjesto gdje je bilo krilo. Drugim riječima, na horizontalni rep dolazi zračna struja koja je bila na krilu Δt vremena prije. Napadni kut na horizontalnom repu u trenutku t je

$$\alpha(t) - \varepsilon + i_h,$$

a savijanje struje ε na koje dolazi horizontalni rep u trenutku t , izvelo je krilo u trenutku $t - \Delta t$, pa je kut na horizontalnom repu:

$$\alpha(t) - \varepsilon + i_h = \alpha(t) - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \alpha_w(t - \Delta t) + i_h$$



Slika 3-19. Dodatni napadni kut na horizontalnom repu

$$\alpha(t) - \varepsilon + i_h = \alpha(t) - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} [\alpha(t) - \dot{\alpha} \Delta t - \alpha_{0w} + i_w] + i_h = \alpha(t) - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} [\alpha(t) - \alpha_{0w} + i_w] + i_h + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \dot{\alpha} \Delta t.$$

Kada usporedimo ovaj napadni kut horizontalnog repa u uvjetima promjenjivog $\alpha(t)$, vidimo da zbog promjenjivosti napadnog kuta postoji dodatni napadni kut na horizontalnom repu koji do sad nismo uzeli u obzir. Taj dodatni napadni kut

$$\Delta \alpha_h = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \dot{\alpha} \frac{\ell_{ch} - \ell_{cw}}{V}$$

stvara dodatnu normalnu silu prema gore koja je suprotnog smjera od osi z tromosti letjelice:

$$\frac{\rho V^2}{2} S_{ref} C_{Z\dot{\alpha}} \frac{\dot{\alpha} c_A}{V} = -\eta_h \frac{\rho V^2}{2} S_h (C_{N\alpha})_h \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \dot{\alpha} \frac{\ell_{ch} - \ell_{cw}}{V}$$

Kraćenjem dobivamo

$$C_{Z\dot{\alpha}} = -\eta_h \frac{S_h}{S_{ref}} (C_{N\alpha})_h \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \frac{\ell_{ch} - \ell_{cw}}{c_A} \quad 3.91$$

Ta sila ima negativni moment za središte mase oko osi y tromosti letjelice. Udaljenost hvatišta te sile od središta mase je $\ell_{ch} - \ell_m$ pa je njen moment

$$\frac{\rho V^2}{2} S_{ref} c_A C_{m\dot{\alpha}} \frac{\dot{\alpha} c_A}{V} = -\eta_h \frac{\rho V^2}{2} S_h (C_{N\alpha})_h \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \dot{\alpha} \frac{\ell_{ch} - \ell_{cw}}{V} (\ell_{ch} - \ell_m)$$

što kraćenjem daje gradijent

$$C_{m\dot{\alpha}} = -\eta_h \frac{S_h}{S_{ref}} (C_{N\alpha})_h \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \frac{\ell_{ch} - \ell_{cw}}{c_A} \frac{\ell_{ch} - \ell_m}{c_A} = C_{Z\dot{\alpha}} (\bar{h}_{ch} - \bar{h}_m) \quad 3.92$$

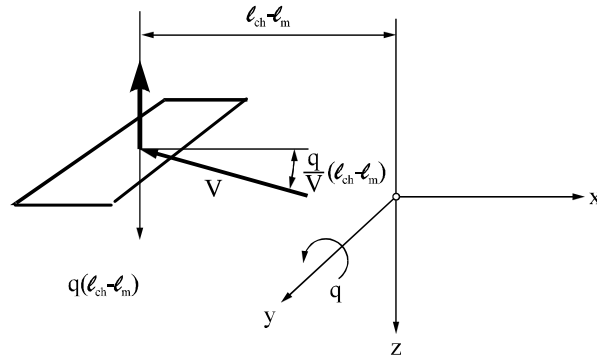
3.2.6 Gradijenti zbog kutne brzine propinjanja

Zbog kutne brzine q oko osi y tromosti, svi dijelovi zrakoplova stvaraju kočeći moment. Prema linearnoj teoriji krila, krilo ima tri dijela momenta kočenja: vlastiti, položajni i mješoviti. Vlastiti je onaj moment kočenja kojim se krilo suprotstavlja rotaciji oko osi koja prolazi kroz hvatište normalne sile krila. Položajni je onaj koji ovisi o udaljenosti osi rotacije u ravnini krila od hvatišta normalne sile, a mješoviti je posljedica činjenice da moment kočenja nije zbroj vlastitog i položajnog. Kada primijenimo taj rezultat na horizontalni rep, onda je položajni moment kočenja vrlo velik zbog udaljenosti repa od središta mase u odnosu na vlastiti pa i na mješoviti moment. Krilo ima mali položajni kočeći moment. Vlastiti kočeći moment krila, bez obzira na veličinu krila, obično se može zanemariti u odnosu na položajni moment horizontalnog repa. To znači da je dovoljno uzeti u obzir samo položajni moment horizontalnog repa. Procjenu tog položajnog momenta kočenja horizontalnog repa izvodimo prema slici 3-20. Hvatište normalne sile horizontalnog repa koji je na udaljenosti $\ell_{ch} - \ell_m$ od središta mase ima brzinu prema dolje $q(\ell_{ch} - \ell_m)$ zbog kutne brzine q kroz središte mase. To gibanje horizontalnog repa zamjenjujemo gibanjem zraka prema gore brzinom $q(\ell_{ch} - \ell_m)$. Vektorski zbroj tih dviju brzina zraka stvara dopunski napadni kut

$$\Delta\alpha = \frac{q(\ell_{ch} - \ell_m)}{V}$$

Taj dopunski napadni kut na horizontalnom repu uzrok je dopunskoj normalnoj sili prema gore na horizontalnom repu

$$\frac{\rho V^2}{2} S_{ref} C_{Zq} \frac{q c_A}{V} = -\eta_h \frac{\rho V^2}{2} S_h (C_{N\alpha})_h \frac{q}{V} (\ell_{ch} - \ell_m)$$



Slika 3-20. Horizontalni rep pri kutnoj brzini propinjanja

što kraćenjem daje derivativ normalne sile po kutnoj brzini propinjanja:

$$C_{Zq} = -\eta_h \frac{S_h}{S_{ref}} (C_{N\alpha})_h \frac{\ell_{ch} - \ell_m}{c_A} \quad 3.93$$

Hvatište te sile u odnosu na središte mase je $\ell_{ch} - \ell_m$ pa je gradijent momenta za središte mase

$$\frac{\rho V^2}{2} S_{ref} c_A C_{mq} \frac{q c_A}{V} = -\eta_h \frac{\rho V^2}{2} S_h (C_{N\alpha})_h \frac{q}{V} (\ell_{ch} - \ell_m)^2$$

Kraćenjem na lijevoj i desnoj strani dobivamo gradijent momenta po kutnoj brzini propinjanja:

$$C_{mq} = -\eta_h \frac{S_h}{S_{ref}} (C_{N\alpha})_h \left(\frac{\ell_{ch} - \ell_m}{c_A} \right)^2 = C_{Zq} (\bar{h}_{ch} - \bar{h}_m) \quad 3.94$$