

9 POLIJETANJE I SLIJETANJE

9.1 Polijetanje (*take off*)

Polijetanje i slijetanje su poseban problem mehanike leta. Taj problem i u prirodi nije sretno riješen. Neke ptice vrlo teško slijeću, druge teško polijeću. Problem dolazi zbog činjenice da je konfiguracija letjelice optimizirana za let, često za vrlo dugi let (kao npr. interkontinentalni letovi) tako da potrošnja energije bude što manja. Tako su za let uvučeni kotači, a za polijetanje i slijetanje trebamo izbačene kotače. Pored toga u neposrednoj blizini piste u trenutku polijetanja i slijetanja utjecaj blizine piste mijenja aerodinamiku zrakoplova.

Da bi se zrakoplov odvojio od zemlje, ili da bi sletio na zemlju, potreban je uzgon koji je u trenutku odvajanja od piste ili dodira s pistom, jednak težini

$$L = W$$

a to znači potrebna je brzina i koeficijent uzgona čiji produkt mora biti

$$V^2 C_L = \frac{2W}{\rho S_{ref}}$$

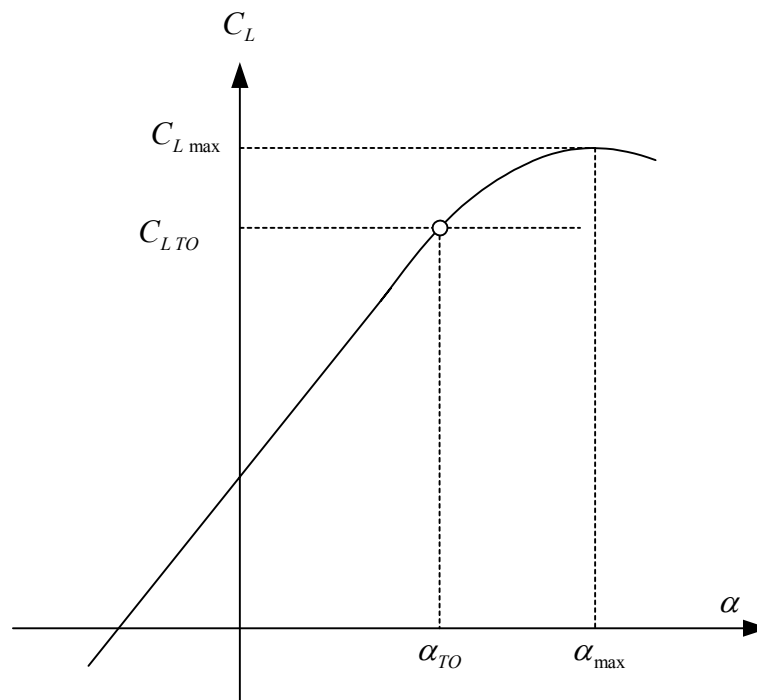
Da bi poletjeli ili sletjeli sa što manjom brzinom uzmimo najveći mogući koeficijent sile uzgona $C_{L_{max}}$. Za letnu konfiguraciju zrakoplova dobit ćemo da je potrebna brzina za odvajanje od zemlje dosta velika te zahtijeva dugu pistu za zalijetanje, a u slijetanju s tom brzinom pilot bi teško mogao točno sletjeti na pistu i po pravcu i po visini. Tako se nameće neophodnost da se promjeni konfiguracija zrakoplova u slijetanju i polijetanju. Zato pored činjenice da u polijetanju i slijetanju imamo izbačene kotače, i utjecaj blizine piste na aerodinamiku zrakoplova imamo još i izbačena za-krilca i pred-krilca (ako ih zrakoplov ima), a to znači da imamo drugu konfiguraciju zrakoplova (izbačeni kotači izbačena zakrilca, izbačena predkrilca, itd.) koja ima drugu aerodinamiku od one koju zrakoplov ima u letu.. Ta konfiguracija zrakoplova u polijetanju i slijetanju, u anglosaksonskoj literaturi se naziva *full configuration* za razliku od *clean configuration* u letu.

Dobra procjena promjene sile uzgona zbog izbačenih zakrilaca može se izvršiti pomoću ESDU 74009 i 74012. Utjecaj tla na uzgon procjenjuje se pomoću ESDU 72023, a na otpor pomoću ESDU 72023 i 74035. U radu lit. 31 ispitivan je utjecaj izbačenih zakrilaca na moment propinjanja. Gruba procjena otpora za konfiguraciju u polijetanju može se izvršiti prema ESDU 79015 (lit.[29]).

Neka je $C_{L\max}$ maksimalni koeficijent uzgona za konfiguraciju u polijetanju (full configuration). Sa V_{stall} se označava aerodinamička brzina koja s tim koeficijentom daje uzgon jednak težini letjelice:

$$\frac{\rho V_{stall}^2}{2} S_{ref} C_{L\max} = W$$

Prema tome, V_{stall} je najmanja moguća aerodinamička brzina pri kojoj zrakoplov može poletjeti.



Slika 9-1

Ako bi se zrakoplov s tim koeficijentom uzgona i s tom brzinom odvojio od piste, moglo bi se dogoditi da neposredno poslije odvajanja padne natrag na pistu zbog sloma uzgona. Zato se to ne radi, već se odvajanje, koje označavamo slovima TO (*take off*), vrši na 82.6 % (ili manje) od maksimalnog koeficijenta uzgona (FAR Part 25)

$$C_{LTO} = 0.826 \cdot C_{L\max}$$

S ovim koeficijentom uzgona potrebna je veća brzina V_{TO} od V_{stall} da bi sila uzgona bila jednaka težini.

$$\frac{\rho V_{TO}^2}{2} S_{ref} C_{LTO} = W$$

Kad ovu jednadžbu podijelimo s prethodnom jednadžbom (odvajanje sa brzinom V_{stall}) dobivamo da je

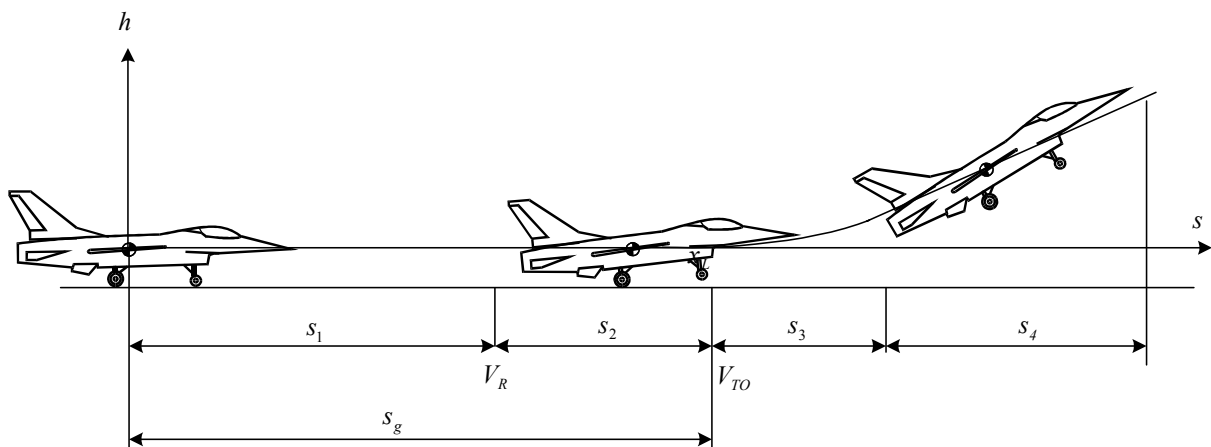
$$V_{TO} = 1.10 \cdot V_{stall} .$$

To znači da će se odvajanje zrakoplova od piste vršiti kad on ima aerodinamičku brzinu V_{TO} i napadni kut α_{TO} koji osigurava $C_{L_{TO}} = 0.826 \cdot C_{L_{max}}$.

9.1.1 Proces polijetanja

Proces polijetanja ima četiri dijela (slika 9-1):

- zalijetanje po pisti, duljine s_1 ,
- propinjanje letjelice, duljine s_2 ,
- vertikalni zaokret, duljine s_3
- penjanje do propisane visine, duljine s_4 .



Slika 9-2 Dijelovi polijetanja zrakoplova

Neki veliki zrakoplovi postižu propisanu visinu tijekom zaokreta te poletanje tih zrakoplova ima samo tri dijela. Polijetanje promatramo kao ravanski problem i zrakoplov kao kruto tijelo (ne uzimamo u obzir elastične veze i deformacije podvozja). Ukoliko ima vjetra uzimamo u obzir samo uzdužnu komponentu (duž piste). Označimo taj vjetar duž piste V_w . On je pozitivan ako puše u pravcu zalijetanja zrakoplova (stražnji vjetar), a negativan ako puše u susret zrakoplovu (čeoni vjetar). Drugim riječima vjetar V_w je pozitivan u pravcu i smjeru kao i brzina gibanja V_K i aerodinamička brzina V . Brzina gibanja zrakoplova u odnosu na pistu V_K je zbroj vjetra V_w i aerodinamičke brzine V .

$$V_K = V_W + V$$

9.1.2 Zalijetanje - prvi dio

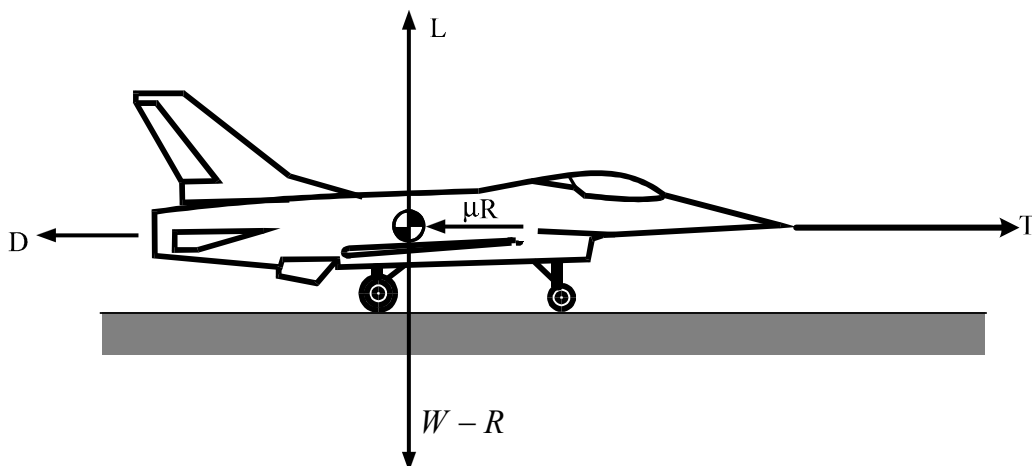
U prvom djelu, tj. tijekom zalijetanja dok sva tri kotača imaju kontakt s pistom, gibanje zrakoplova je pravocrtno ubrzano gibanje po pisti. Na početku gibanja brzina je gibanja jednaka je nuli, $V_K = 0$. Aerodinamička brzina na početku gibanja V_0 , kada je $V_K = 0$, bit će prema gornjoj jednadžbi

$$V_0 = -V_W.$$

Ako je vjetar pozitivan $V_W > 0$ (stražnji vjetar) na početku zalijetanja bit će zrakoplov optjecan aerodinamičkom brzinom otraga. Zrakoplovi nisu koncipirani da budu optjecani otraga. Zato kad vjetar ima takav pravac i smjer polijećemo s drugog kraja piste. Drugim riječima uvijek se polijeće uz vjetar. To znači, ako ima vjetra on je u polijetanju uvijek negativan (čeonni vjetar), koji puše u susret zrakoplovu. U trenutku starta zrakoplov ima brzinu gibanja 0, ali ako postoji čeonni vjetar ($V_W < 0$), aerodinamička brzina zrakoplova u startu je pozitivna, jer je

$$V_0 = -V_W = |V_W|.$$

Prvi dio se završava kada prednji kotač gubi kontakt s pistom. Neka je tada zrakoplov ima aerodinamičku brzinu V_R . Tijekom prvog dijela brzina je paralelna pisti $\gamma = 0$, a kut nagiba osi zrakoplova je konstanta ϑ_0 , koja je određena geometrijom kotača (tricikla), te zrakoplov ima konstantan napadni kut α_0 kome odgovara konstantan koeficijent uzgona C_L , pa je i koeficijent otpora C_D konstantan.



Slika 9-3. Sile koje djeluju na zrakoplov u prvom dijelu polijetanja

Za vrijeme prvog dijela polijetanja jednadžbe gibanja središta prema slici 9-3 jesu:

$$m \frac{dV_K}{dt} = T - D - \mu \cdot (W - L) \equiv F$$

$$\frac{ds}{dt} = V_K$$

gdje je μ koeficijent kotrljanja kotača po pisti. Sila u pravcu zalijetanja F koja ubrzava zrakoplov na pisti može se napisati u obliku funkcije od aerodinamičke brzine :

$$F = T - \frac{\rho V^2}{2} S(C_D - \mu C_L) - \mu W$$

Ovisno o vrsti podloge na pisti, vrijednosti koeficijenta kotrljanja μ prikazane su tablicom 9-1.

Vrsta tla	Bez kočenja	Pri kočenju
Suhi asfalt	0.03 - 0.05	0.3 - 0.5
Mokri asfalt	0.05	0.15 - 0.3
Poledica na asfaltu	0.02	0.06 - 0.10
Tvrda zemlja	0.05	0.4
Čvrsto nasuta pista	0.04	0.3
Meka zemlja	0.07	0.2
Vlažna trava	0.08	0.2

Tablica 9-1. Tablica koeficijenta kotrljanja

U problemima polijetanja primjenjuju se tri modela za procjenu pogonske sile.

Prvi model upotrebljavamo u slučaju turbofan motora, kada se koristi kvadratna funkcija pogonska sile o aerodinamičkoj brzini:

$$T = T_0(1 - k_1 V + k_2 V^2).$$

ESDU 76034 omogućuje procjenu koeficijenata k_2 i k_3 za potrebe polijetanja. Na primjer za Rolls-Royceov turbofan motor RB211-535E4, ti koeficijenti imaju vrijednosti $k_2 = 2.52 \cdot 10^{-3}$ i $k_3 = 4.34 \cdot 10^{-6}$.

Drugi model koristimo za mlazne motore kad obično usvajamo da je pogonska sila konstantna. Uočimo da s aspekta modeliranja to je isti model kao u prvom slučaju s tim što su za mlazne motore $k_1 = k_2 = 0$.

Treći model koristimo kad zrakoplov ima elisni pogon s klipnim motorom onda je pogonska sila

$$T = \frac{\eta_{el} P_{mot}}{V}.$$

Za vrijeme polijetanja koeficijent učinkovitosti elise ovisi o parametru $J = V/nD$. Međutim, kako je za $J = 0$ raspoloživa snaga elise $P = \eta_{el} P_{mot} = 0$ slijedi da je $\eta_{el}(0) = 0$. To znači da krivulja $\eta_{el}(J)$ prolazi kroz ishodište. Kako je ta funkcija određena numeričkim proračunima elise raspolažemo sa nizom točaka J_i, η_i , kroz koje provlačimo interpolacioni polinom. Taj polinom da bi prolazio kroz ishodište nema slobodni član, pa se može reći da je oblik te funkcije $\eta_{el}(J)$ takav da je

$$\eta_{el} = J \cdot f(J)$$

Tako će biti

$$T = \frac{V}{nD} \cdot f(J) \cdot \frac{P_{mot}}{V} = f(J) \cdot \frac{P_{mot}}{nD}.$$

Funkcija P_{mot} u zalijetanja može se uzeti kao konstantna vrijednost.

9.1.3 Analitički izračun duljine zalijetanja

U slučaju prvog i drugog modela za turbofun i mlazne motore duljina zalijetanja u prvom dijelu polijetanja, do aerodinamičke brzine V_R , može se i analitički izračunati. Tada je pogonska sila kvadratna funkcija aerodinamičke brzine pa je ubrzanje oblika

$$a(V) = \frac{F(V)}{m} = \frac{T_0(1 - k_1 V + k_2 V^2)}{m} - \frac{\rho V^2}{2} \frac{S}{m} (C_{D0} + K C_L^2 - \mu C_L) - \mu g$$

tj. kvadratna funkcija aerodinamičke brzine:

$$a = A + BV + CV^2,$$

gdje su:

$$A = \frac{T_0}{m} - \mu g > 0$$

$$B = -k_1 \frac{T_0}{m} < 0$$

$$C = k_2 \frac{T_0}{m} - \frac{\rho S}{2m} (C_{D0} + K C_L^2 - \mu C_L).$$

a za slučaj konstantne pogonske sile kao što je to slučaj mlaznih motora

$$A = \frac{T_0}{m} - \mu g > 0$$

$$B = 0$$

$$C = -\frac{\rho S}{2m} (C_{D0} + KC_L^2 - \mu C_L).$$

Pređeni put i vrijeme prvog dijela možemo izračunati numeričkom integracijom tog modela, ali se može i analitički riješiti. Diobom druge diferencijalne jednadžbe s provom

$$\frac{dV_K}{dt} = a$$

$$\frac{ds}{dt} = V_K$$

dobivamo:

$$\frac{ds}{dV_K} = \frac{V_K}{a}$$

Zamjenom brzine leta sa zbrojem aerodinamičke brzine i vjetra, dobivamo diferencijalnu jednadžbu prijeđenog puta

$$ds = \frac{V_K dV_K}{a} = \frac{(V_{WX} + V)d(V_{WX} + V)}{a} = \frac{VdV}{a(V)} + V_{WX} \frac{dV}{a(V)}$$

odakle je integracijom od početne aerodinamičke brzine $V_0 = |V_W|$ do krajnje $V_K = V_R - |V_W|$

dobivamo pređeni put u prvom dijelu:

$$s_1 = \int_{V_0}^{V_R} \frac{V}{a(V)} dV - |V_W| \int_{V_0}^{V_R} \frac{1}{a(V)} dV.$$

Za slučaj kvadratne funkcije $a(V) = A + BV + CV^2$

Kada je ubrzanje u zalijetanju kvadratna funkcija aerodinamičke brzine

$$a(V) = A + BV + CV^2$$

oba integrala se mogu izračunati analitički. Duljina zalijetanja do aerodinamičke brzine V_R je tada:

$$s_1 = \int_{V_0}^{V_R} \frac{VdV}{A + BV + CV^2} - |V_W| \cdot \int_{V_0}^{V_R} \frac{dV}{A + BV + CV^2}.$$

Prvi integral rastavljamo na dva integrala:

$$\int_{V_0}^{V_R} \frac{V dV}{A + BV + CV^2} = \frac{1}{2C} \int_{V_0}^{V_R} \frac{-B + B + 2CV}{A + BV + CV^2} dV$$

$$= -\frac{B}{2C} \int_{V_0}^{V_R} \frac{dV}{A + BV + CV^2} + \frac{1}{2C} \int_{V_0}^{V_R} \frac{B + 2CV}{A + BV + CV^2} dV$$

Prvi dio prvog integrala zbrojimo s drugim pa je

$$s_1 = \frac{1}{2C} \int_{V_0}^{V_R} \frac{B + 2CV}{A + BV + CV^2} dV - \left(|V_w| + \frac{B}{2C} \right) \int_{V_0}^{V_R} \frac{dV}{A + BV + CV^2}$$

Rješenje drugog integrala ovisi o korijenima V_1 i V_2 polinoma $A + BV + CV^2 = 0$. Neka su vrijednosti tih korijena

$$V_{12} = -\frac{B}{2C} \pm \sqrt{\left(\frac{B}{2C}\right)^2 - \frac{A}{C}}$$

Prvi slučaj

Ako su korijeni V_1 i V_2 , realni, ne mogu biti u intervalu integracije V_0, V_R , jer bi to značilo da u tom dijelu postoje trenutci kad je ubrzanje jednako nuli (vrijednost polinoma jednaka je nuli), a zatim i negativno. Kako je

$$A + BV + CV^2 = C(V - V_1)(V - V_2)$$

$$\frac{1}{(V - V_1)(V - V_2)} = \frac{1}{V_1 - V_2} \left(\frac{1}{V - V_1} - \frac{1}{V - V_2} \right)$$

bit će drugi integral

$$\frac{1}{C} \int_{V_1}^{V_R} \frac{dV}{(V - V_1)(V - V_2)} = \frac{1}{C(V_1 - V_2)} \left(\int_{V_0}^{V_R} \frac{dV}{V - V_1} - \int_{V_0}^{V_R} \frac{dV}{V - V_2} \right) = \frac{1}{C(V_1 - V_2)} \left(\ln \frac{V_R - V_1}{V_0 - V_1} - \ln \frac{V_R - V_2}{V_0 - V_2} \right)$$

pa je konačno

$$s_1 = \frac{1}{2C} \cdot \ln \frac{A + BV_R + CV_R^2}{A + BV_0 + CV_0^2} - \frac{2C|V_w| + B}{2C^2(V_1 - V_2)} \cdot \ln \frac{(V_R - V_1) \cdot (V_0 - V_2)}{(V_R - V_2) \cdot (V_0 - V_1)}$$

U slučaju da je $B = 0$ korijeni su

$$V_{12} = \pm \sqrt{\frac{A}{-C}}$$

jednadžba za duljinu zalijetanja se svodi na jednostavniji oblik :

$$s_1 = \frac{1}{2C} \ln \left(\frac{A + CV_R^2}{A + CV_0^2} \right) - \frac{|V_w|}{2\sqrt{-AC}} \ln \frac{(V_R - V_1)(V_0 - V_2)}{(V_R - V_2)(V_0 - V_1)}$$

Drugi slučaj

Ako kvadratni polinom nema realne korene onda se on može napisati u obliku

$$A + BV + CV^2 = C \cdot \left[\frac{A}{C} - \left(\frac{B}{2C} \right)^2 + \left(\frac{B}{2C} + V \right)^2 \right] = C \cdot (a^2 + u^2)$$

gdje su

$$a = \sqrt{\frac{A}{C} - \left(\frac{B}{2C} \right)^2}$$

$$u = \frac{B}{2C} + V$$

S tim smjenama je traženi integral

$$I = \int_{V_i}^{V_R} \frac{dV}{A + BV + CV^2} = \frac{1}{C} \int_{u_i}^{u_R} \frac{du}{a^2 + u^2} = \frac{1}{Ca} \int_{u_i}^{u_R} \frac{d \frac{u}{a}}{1 + \left(\frac{u}{a} \right)^2} = \frac{1}{Ca} \left(\arctg \frac{u_R}{a} - \arctg \frac{u_i}{a} \right)$$

$$s_1 = \frac{1}{2C} \cdot \ln \frac{A + BV_R + CV_R^2}{A + BV_0 + CV_0^2} - \frac{2C|V_w| + B}{2C} I$$

Ukoliko koristimo MATLAB za izračunavanje duljine zalijetanja, ne moramo voditi računa o korijenima kvadratnog polinoma jer se može primijeniti i prvo rješenje (za slučaj realnih korijena) kada su korijeni kompleksni zato što postoji veza između logaritma kompleksnog broja i realnog arkus-tangensa, a tu vezu koristi MATLAB.

9.1.4 Odvajanje prednjeg kotača od piste

Rekli smo da je kraj prvog dijela polijetanja kad prednji kotač izgubi kontakt s pistom. Odredimo aerodinamičku brzinu u tom trenutku. Imamo momentnu jednadžbu za središte mase i ravnotežu sila po vertikali:

$$R_p \ell_p - \mu R_p k_p - R_s \ell_s - \mu R_s k_s + M = 0$$

$$R_s + R_p = W - L$$

gdje su M i L poznate funkcije od aerodinamičke brzine:

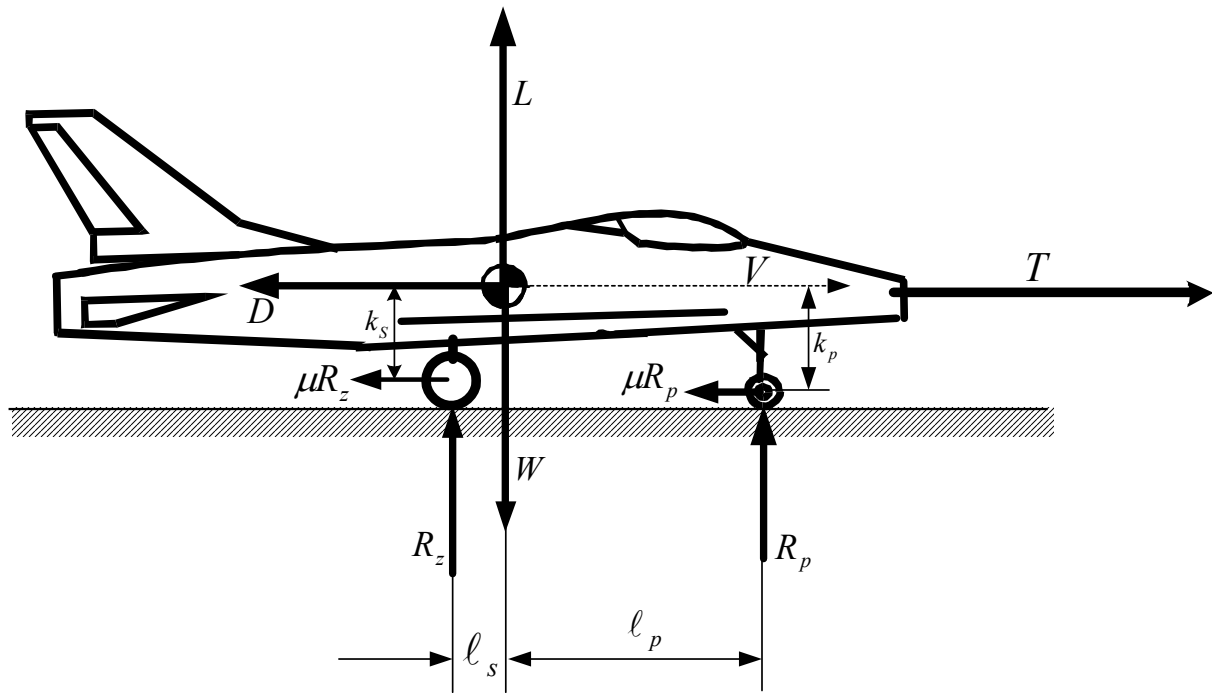
$$M = \frac{\rho V^2}{2} S_{ref} c_A C_m$$

$$L = \frac{\rho V^2}{2} S_{ref} C_L$$

Aerodinamički koeficijenti C_m i C_L su konstante:

$$C_m = C_{m0} + C_{m\alpha}\alpha_0 + C_{m\delta}\delta_{mTO}$$

$$C_L = C_{L0} + C_{L\alpha}\alpha_0 + C_{L\delta}\delta_{mTO}$$



Slika 9-4

gdje je $\alpha_0 = \mathcal{G}_0$. Momentna jednadžba za središte mase

$$R_p(\ell_p - \mu k_p) - R_s(\ell_s + \mu k_s) + M = 0$$

$$R_s + R_p = W - L$$

odakle je

$$R_p = \frac{(W - L)(\ell_s + \mu k_s) - M}{\ell_p + \ell_s}$$

To znači kad aerodinamički moment M dostigne vrijednost $(W - L)(\ell_s - \mu k_s)$, sila oslonca u prednjem kotaču postaje nula. Znači da brzinu V_R , u trenutku kad prednji kotač gubi kontakt s pistom, određujemo iz jednadžbe:

$$\left(W - \frac{\rho V_R^2}{2} S_{ref} C_L \right) (\ell_s + \mu k_s) = \frac{\rho V_R^2}{2} S_{ref} c_A C_m$$

Odakle je

$$V_R = \sqrt{\frac{2W(\ell_s + \mu k_s)}{\rho S_{ref} [c_A C_m + C_L \cdot (\ell_s + \mu k_s)]}}$$

Pilot treba postaviti otklon kormila visine δ_m , kome u ravnotežnom stanju odgovara napadni kut α_{TO} , kad je aerodinamička brzina dostigla vrijednost V_R .

9.1.5 Primjer

Aerodinamički koeficijent uzgona i momenta propinjanja malog zrakoplova za konfiguraciju u polijetanju (25/60, djelomice izbačena zakrilca)

$$C_L = 0.825 + 4.72 \alpha + 0.216 \delta_m$$

$$C_m = 0.072 - 0.885 \alpha - 0.566 \delta_m$$

Totalni otpor u polijetanju s utjecajem tla ima vrijednost

$$C_D = 0.0259 + 0.018 C_L^2$$

Maksimalni koeficijent uzgona ove konfiguracije jest $C_{L \max} = 1.69$. Za tu je konfiguraciju

$$C_{L TO} = 0.826 \cdot C_{L \max} = 0.826 \cdot 1.69 = 1.40$$

$$V_{TO} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S_{ref} C_{L TO}}} = \sqrt{\frac{2g1088}{1.225 \cdot 15.1 \cdot 1.40}} = 28.7 \text{ m/s}$$

Napadni kut α_{TO} i odgovarajući otklon kormila visine $\delta_{m TO}$ za uvjet da $C_L = 1.40$ i $C_m = 0$ određeni su jednadžbama:

$$1.40 = 0.825 + 4.72 \alpha_{TO} + 0.216 \delta_{m TO}$$

$$0 = 0.072 - 0.885 \alpha_{TO} - 0.566 \delta_{m TO}$$

Oдавde je $\alpha_{TO} = 0.125 = 7.2^\circ$ za $\delta_m = -0.0681 = -3.9^\circ$.

Izračunajmo pri kojoj brzini treba pilot otkloniti kormilo visine da bi se prednji kotač počeo odvajati od piste. Pretpostavimo da je pilot postavio otklon kormila visine $\delta_{m TO}$ u trenutku kad je brzina V_R . U tom trenutku je napadni kut jednak nuli, a otklon kormila visine $\delta_m = -0.068$, pa su aerodinamički koeficijenti:

$$C_L = 0.825 + 4.72 \alpha + 0.216 \delta_m = 0.825 - 0.216 \cdot 0.068 = 0.810$$

$$C_m = 0.072 - 0.885 \alpha - 0.566 \delta_m = 0.072 + 0.566 \cdot 0.068 = 0.110$$

S tim vrijednostima i sa $\ell_s + \mu k_s = 0.10 + 0.04 \cdot 1.00 = 0.14$ odvajanje prednjeg kotača nastat će pri brzini:

$$V_R = \sqrt{\frac{2W(\ell_s + \mu k_s)}{\rho S_{ref} [c_A C_m + C_L \cdot (\ell_s + \mu k_s)]}} = \sqrt{\frac{2g1088 \cdot 0.24}{1.225 \cdot 15.1 \cdot [1.73 \cdot 0.110 + 0.810 \cdot 0.24]}} = 26.8 \text{ m/s}$$

To znači da će se zrakoplov početi propinjati kad pilot otkloni kormilo visine na vrijednost $\delta_m = -0.068$ pri brzini 26.8 m/s.

Za vrijeme zalijetanja po pisti mali zrakoplov ima $\mathcal{G}_0 = 0$ pa je $\alpha = 0$, otklon kormila visine $\delta_m = 0$, pa je

$$C_L = 0.825$$

pa je za zalijetanje koeficijent otpora

$$C_D = 0.0259 + K C_L^2 = 0.0259 + 0.018 \cdot 0.825^2 = 0.0382$$

S tim vrijednostima zrakoplov ubrzava sve do brzine V_R .

Pogonska sila u zalijetanju za mali zrakoplov je

$$F = \frac{\eta_{el} P_{mot}}{V} = \frac{\eta_{el} J}{J} \frac{P_{mot}}{V} = \frac{\eta_{el} P_{mot}}{J nD}$$

U zalijetanju korak elise ne prelazi vrijednost $J = \frac{V}{nD} = \frac{33}{45.0 \cdot 1.88} \leq 0.4$. Zato smo u intervalu od $J = 0$ do $J = 0.4$ provukli najbolji polinom trećeg reda za funkciju $\eta_{el}(J)$, pa je

$$\frac{\eta_{el}}{J} = (1.2689J - 2.4283)J + 2.3301$$

S tom funkcijom je pogonska sila kvadratni polinom aerodinamičke brzine:

$$F = \left[\left(1.2689 \frac{V}{nD} - 2.4283 \right) \frac{V}{nD} + 2.3301 \right] \frac{P_{mot}}{nD}$$

$$F = 2.3301 \frac{P_{mot}}{nD} \cdot \left(1 - \frac{2.4283}{2.3301 \cdot nD} V + \frac{1.2689}{2.3301 \cdot n^2 D^2} V^2 \right)$$

Za $n = 45.0 \text{ obr/s}$, $D = 1.88 \text{ m}$ i $P_{mot} = 145.8 \text{ KN}$

$$T_0 = 4016$$

$$k_1 = 12.32 \cdot 10^{-3}$$

$$k_2 = 76.09 \cdot 10^{-6}$$

Tijekom zalijetanja po pisti do brzine V_R za određivanje duljine zalijetanja $C_L = 0.825$ i $C_D = 0.0382$. S ovim vrijednostima za pogonsku silu bit će konstante:

$$A = \frac{T_0}{m} - \mu g = \frac{4016}{1088} - 0.04 g = 3.299$$

$$B = -k_1 \frac{T_0}{m} = -12.32 \cdot 10^{-3} \frac{4016}{1088} = -0.04548$$

$$C = k_2 \frac{T_0}{m} - \frac{\rho S_{ref}}{2m} (C_D - \mu C_L)$$

$$= 76.09 \cdot 10^{-6} \frac{4016}{1088} - \frac{1.225 \cdot 15.1}{2 \cdot 1088} (0.0382 - 0.04 \cdot 0.810) = 0.1925 \cdot 10^{-3}$$

Korijeni su: kompleksni jer je

$$B^2 - 4AC = (-0.04548)^2 - 4 \cdot 3.299 \cdot 0.1925 \cdot 10^{-3} = -0.00047 < 0$$

Zato je rješenje dano jednadžbom

$$s_1 = \frac{1}{2C} \cdot \ln \frac{A + BV_R + CV_R^2}{A + BV_0 + CV_0^2} - \frac{B}{2C} I$$

Prvi član na desnoj strani ima vrijednost:

$$s' = \frac{1}{2C} \cdot \ln \frac{A + BV_R + CV_R^2}{A + BV_0 + CV_0^2}$$

$$s' = \frac{1}{2 \cdot 0.1925 \cdot 10^{-3}} \cdot \ln \left(\frac{3.299 - 0.04548 \cdot 26.8 + 0.1925 \cdot 10^{-3} \cdot 26.8^2}{3.299} \right) = -1030.7,$$

a drugi :

$$s'' = -\frac{B}{2C} I$$

gdje su :

$$I = \frac{1}{aC} \left(\operatorname{arctg} \frac{u_R}{a} - \operatorname{arctg} \frac{u_0}{a} \right)$$

$$a = \sqrt{\frac{A}{C} - \left(\frac{B}{2C} \right)^2} = \sqrt{\frac{3.299}{0.1925 \cdot 10^{-3}} - \left(\frac{0.04548}{2 \cdot 0.1925 \cdot 10^{-3}} \right)^2} = 56.4$$

$$u_0 = \frac{B}{2C} = \frac{-0.04548}{2 \cdot 0.1925 \cdot 10^{-3}} = -118.1$$

$$u_R = \frac{B}{2C} + V_R = -118.1 + 26.8 = -91.3$$

pa je

$$I = \frac{1}{0.1925 \cdot 10^{-3} \cdot 56.4} \left(\operatorname{arctg} \frac{-91.3}{56.4} - \operatorname{arctg} \frac{-118.1}{56.4} \right) = 9.926$$

$$s'' = \frac{B}{2C} I = (-118.1) \cdot 9.926 = -1172.3$$

pa je konačno duljina prvog dijela (zalijetanje po pisti do odvajanja prednjeg kotača)

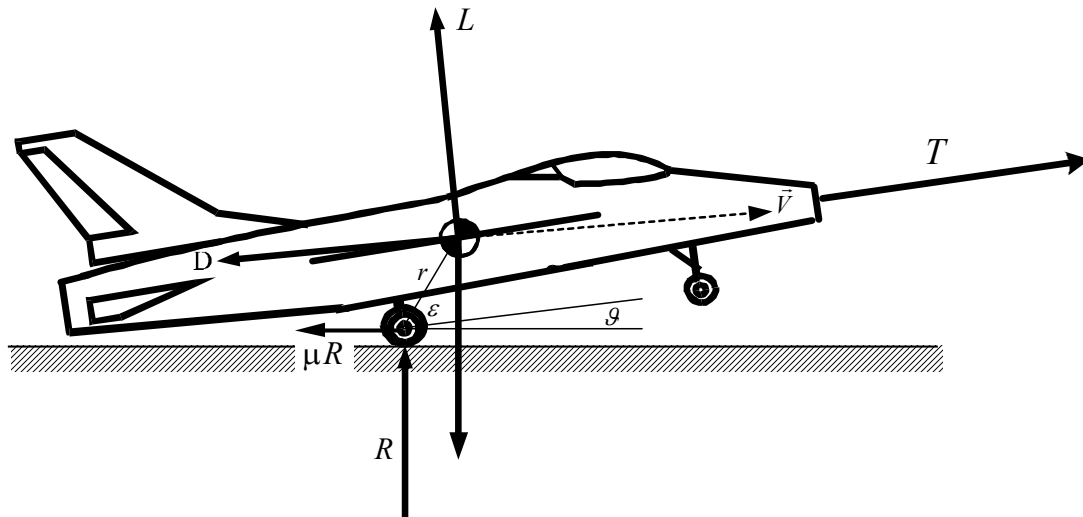
$$s_1 = s' - s'' = -1030.7 - (-1172.3) = 141.6 \text{ m}$$

9.1.6 Propinjanje zrakoplova - drugi dio polijetanja

U drugom djelu kada se zrakoplov propinje jednadžbe propinjanja imaju oblik:

$$I_y \frac{dq}{dt} = M^A + M^R$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = q$$



Slika 9-5

U tom djelu polijetanja imamo samo otpor oslonca zadnjih kotača pa je moment otpora oslonca za središte mase:

$$M^R = -R r \cdot [\cos(\vartheta + \varepsilon) + \mu \sin(\vartheta + \varepsilon)]$$

gdje su r i ε konstruktivne konstante zadnjeg kotača (kao na slici 9-5)

$$r = \sqrt{\ell^2 + k^2}$$

$$\varepsilon = \arctan \frac{k}{\ell}$$

Da bi pojednostavili analizu drugog dijela, pretpostavit ćemo da nema vjetera. Zatim ćemo pretpostaviti da se središte mase giba po horizontali i ako se ono diže. Drugim riječima zanemarit ćemo mali porast kuta γ , tj. i dalje ćemo smatrati kut $\gamma \approx 0$, a to znači da je $\alpha = \vartheta$. U tom slučaju otpor oslonca je

$$R = W - L \cos \gamma + D \sin \gamma - T \sin \gamma \approx W - L$$

Jednadžba gibanja duž brzine je

$$\dot{V}_K m = T \cos \alpha - D - \mu R \cos \gamma - (W - R) \sin \gamma \approx T \cos \vartheta - D - \mu R$$

U tim jednadžbama su

$$M = \frac{\rho V^2}{2} S_{ref} c_A C_m$$

$$L = \frac{\rho V^2}{2} S_{ref} C_L$$

a napadni kut u aerodinamičkim koeficijentima je $\alpha = \vartheta - \gamma \approx \vartheta$, pa su aerodinamički koeficijenti C_m i C_L :

$$C_m = C_{m0} + C_{m\alpha} \vartheta + C_{m\delta} \delta_{mTO}$$

$$C_L = C_{L0} + C_{L\alpha} \vartheta + C_{L\delta} \delta_{mTO}$$

Njima ćemo pridodati i diferencijalnu jednadžbu prijednog puta

$$\frac{ds}{dt} = V.$$

To znači da u modelu gibanja zrakoplova u ovom dijelu polijetanja, imamo nepoznate funkcije:

$$V_k, q, \vartheta \text{ i } s$$

koje trebamo odrediti iz diferencijalnih jednadžba:

$$\dot{V}_k = \frac{T \cos \vartheta - D - \mu R}{m}$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{M + M^R}{I_y}$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = q$$

$$\frac{ds}{dt} = V_k,$$

i algebarskih jednadžba:

$$R = W - L$$

$$M^R = -R r \cdot [\cos(\vartheta + \varepsilon) + \mu \sin(\vartheta + \varepsilon)].$$

S obzirom da smo zanemarili kut γ drugi dio se završava kad kut propinjanja dostigne vrijednost $\vartheta = \alpha_{TO}$.

Ako usporedimo prvu jednadžbu drugog dijela s odgovarajućom prvog dijela jedina razlika je što u drugom dijelu imamo član $T \cos \vartheta$, a prvog samo T , te da su aerodinamički koeficijent u drugom dijelu:

$$C_m = C_{m0} + C_{m\alpha} \vartheta + C_{m\delta} \delta_{mTO}$$

$$C_L = C_{L0} + C_{L\alpha} \vartheta + C_{L\delta} \delta_{mTO}$$

a u prvoj .

$$C_m = C_{m0}$$

$$C_L = C_{L0}$$

Kut propinjanja zrakoplova \mathcal{G} mijenja se tijekom drugog dijela od 0 do α_{TO} . Na početku drugog dijela $\cos \mathcal{G} = 1$, a na kraju $\cos \alpha_{TO}$. Znači nije veliko odstupanje ako i drugom dijelu zamijenimo $T \cos \mathcal{G}$ s T . U tom slučaju prva jednadžba drugog dijela ista je kao jednadžba gibanja prvog dijela. Zato mnogi autori koriste analitičko rješenje do aerodinamičke brzine V_{TO} , koje smo izveli za prvi dio do aerodinamičke brzine V_R .

9.1.7 Primjer

U prvom dijelu dijelu zalijetanja od brzine 0 do $V_R = 26.8$, koeficijent uzgona je bio $C_L = 0.825$ (za $\alpha = 0$ i $\delta_m = 0$). U drugom dijelu zalijetanja od brzine V_R do $V_{TO} = 28.7$ zrakoplov se propinje. Na početku tog dijela ($\alpha = 0$ i $\delta_m = -3.9^\circ$) aerodinamički koeficijent uzgona trenutno padne na vrijednost $C_L = 0.624$ (zbog otklona kormila visine), a zatim raste da bi na kraju ($\alpha_{TO} = 7.2^\circ$ i $\delta_m = -3.9^\circ$) koeficijent uzgona bio $C_L = 1.40$. Za primjenu analitičkog rješenja treba nam konstantan koeficijent uzgona. Da bi koristili analitičko rješenje u drugom dijelu treba uzeti neku srednju vrijednost za koeficijent uzgona koji se mijenja od $C_L = 0.624$ do $C_L = 1.40$. S obzirom da vrijednost koeficijenta uzgona je bliska nekoj srednjoj vrijednosti mnogi koriste taj koeficijent i u drugom dijelu zalijetanja. To znači da s vrijednostima koeficijenata A , B i C izračunatih za prvi dio možemo računati duljinu zalijetanja i za drugi dio ili drugim riječima da možemo odmah računati duljinu zalijetanja od starta $V = 0$ do brzine V_{TO} i ako su koeficijenti izračunati za interval od $V = 0$ do V_R .

Zato mnogi autori, bez objašnjenja, izračunavaju duljinu zalijetanja do odvajanja zrakoplova od piste, s jednadžbom koja je točna samo do odvajanja prednjeg kotača od piste:

$$s_g = s_1 + s_2 = \frac{1}{2C} \cdot \ln \frac{A + BV_{TO} + CV_{TO}^2}{A} - \frac{B}{2C^2(V_1 - V_2)} \cdot \ln \frac{(V_1 - V_{TO}) \cdot V_2}{(V_2 - V_{TO}) \cdot V_1}$$

U slučaju malog zrakoplova s ovom jednadžbom do točke TO s konstantama koje smo odredili za zalijetanje do brzine $V_R = 26.8$, dobivamo duljinu zalijetanja do brzine odvajanja $V_{TO} = 28.7$

$$s_g = 174.7 \text{ m}$$

Točnija metoda (vidi primjer 9.2.4) daje $s_g = 168.7 \text{ m}$.

9.1.8 Treći dio polijetanja

Na početku je ovog dijela imamo:

$$V = V_{TO}, \gamma = 0, x = s_g = s_1 + s_2, h = 0.$$

Tijekom ovog dijela koeficijent uzgona ostaje konstantan C_{LTO} , brzina leta V_K se povećava, kut brzine leta γ se povećava. To je gibanje u vertikalnoj ravnini koje je određeno jednadžbama:

$$m \frac{dV}{dt} = T - D - W \sin \gamma$$

$$mV \frac{d\gamma}{dt} = L - W \cos \gamma$$

$$\frac{dx}{dt} = V_K \cos \gamma$$

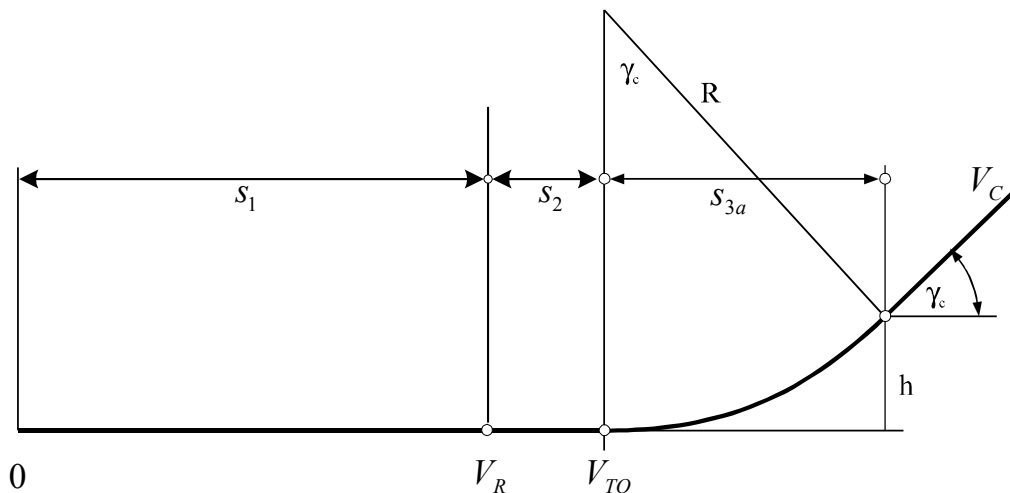
$$\frac{dz}{dt} = V_K \sin \gamma$$

Integraciju vršimo dok kut γ ne dostigne vrijednost γ_C potrebnu za penjanje. U tom trenutku gotov je treći dio polijetanja i započinje četvrti dio.

Može se približno odrediti polumjer vertikalnog zaokreta u ovom dijelu polijetanja:

$$R = \frac{V^2}{g} \cdot \frac{1}{n - \cos \gamma}$$

Dok se kut γ mijenja od 0 do vrijednosti γ_C , brzina raste od vrijednosti od vrijednosti $V_{TO} = 1.10 \cdot V_{stall}$ do vrijednosti $V_C \approx 1.20 \cdot V_{stall}$.



Slika 9-6

Za vrijeme zaokreta koeficijent uzgona je $C_L = C_{LTO}$. Prosječni polumjer zakrivljenosti dobit ćemo ako uzmemo prosječne vrijednosti u jednadžbi za polumjer zakrivljenosti. To su brzina, normalno opterećenje i $\cos \gamma$. Prosječna vrijednost brzine u zaokretu je $1.15 \cdot V_{stall}$. Toj brzini odgovara prosječno normalno opterećenje:

$$n_m = \frac{\frac{\rho V_m^2}{2} S_{ref} C_L}{W} = \frac{\frac{\rho (1.15 \cdot V_{stall})^2}{2} S_{ref} 0.826 \cdot C_{Lmax}}{W} = 1.092$$

Ako se uzme u obzir da je sve vrijeme zaokreta kut γ vrlo mali, možemo u prvoj aproksimaciji pretpostaviti da je sve vrijeme vertikalnog zaokreta $\cos \gamma \approx 1$. Tako dobivamo prosječni polumjer u zaokretu

$$R_m = \frac{V_m^2}{g(n_m - \cos \gamma)} = \frac{(1.15 \cdot V_{stall})^2}{g(1.092 - 1)} = 14 \frac{V_{stall}^2}{g}$$

Na osnovi tih aproksimacija zamjenjuje se putanja za vrijeme zaokreta kružnicom. Zato je visina na kraju zaokreta, kada je $\gamma = \gamma_C$:

$$h = R(1 - \cos \gamma_C)$$

9.1.9 Četvrti dio polijetanja

Na početku četvrtog dijela pilot mijenja otklon kormila tako da koeficijent uzgona ima vrijednost potrebnu za penjanje:

$$C_L = \frac{2W \cos \gamma_C}{\rho S_{ref} V^2}$$

Gibanje je određeno jednadžbama:

$$m \frac{dV}{dt} = T - D - W \sin \gamma_C$$

$$\frac{dx}{dt} = V_K \cos \gamma_C$$

$$\frac{dz}{dt} = V_K \sin \gamma_C$$

Zato što brzina stalno raste, tijekom tog leta pilot kontinuirano mijenja otklon kormila visine tako da s porastom brzine smanjuje koeficijent uzgona C_L prema gornjoj jednadžbi. Time osigurava da kut γ ostaje jednak željenoj vrijednosti γ_C .

Četvrti dio se završava kad zrakoplov dostigne visinu $z = h_{obs}$, koju nazivamo *visina nadvisivanja prepreke (obstacle clearance altitude)*. Po civilnim standardima $h_{obs} = 10.7 m$ (35 ft), a po vojnim $h_{obs} = 15.2 m$ (50 ft).

Može se dogoditi za velike zrakoplove da za vrijeme vertikalnog zaokreta u trećem dijelu avion već ima visinu h_{obs} . U tom slučaju ne postoji četvrti dio polijetanja, jer je polijetanje završeno. Duljina polijetanja je tada zbroj $s_1 + s_2 + s_3$. Zrakoplov će u svakom slučaju završiti vertikalni zaokret a zatim se penjati s kutom γ_C , ali to više nije polijetanje jer je on ima visini veću od h_{obs} .

Zbroj $s_g = s_1 + s_2$ (od engleske riječi *ground*) nazivamo duljina zalijetanja.

9.1.10 Primjer

Izračunati duljinu polijetanja za mali zrakoplov (primjer iz petog poglavlja) ako je poznato da su za konfiguraciju u polijetanju:

$$C_L = 0.825 + 4.72 \alpha + 0.216 \delta_m$$

$$C_m = 0.072 - 0.885 \alpha - 0.566 \delta_m$$

$$C_D = 0.0259 + 0.018 C_L^2$$

Koeficijent učinkovitosti elise je aproksimiran polinomom

$$\eta_{el} = (((-1.4473J + 2.4557)J - 2.7437)J + 2.3597)J$$

koji važi i za najmanje vrijednosti koraka jer polazi kroz točku $J = 0$, $\eta_{el} = 0$. To nam omogućuje da silu odredimo prema jednadžbi

$$F = \frac{\eta_{el} P_{mot}}{V} = \frac{\eta_{el} J}{J} \frac{P_{mot}}{V} = \frac{\eta_{el} P_{mot}}{J nD}$$

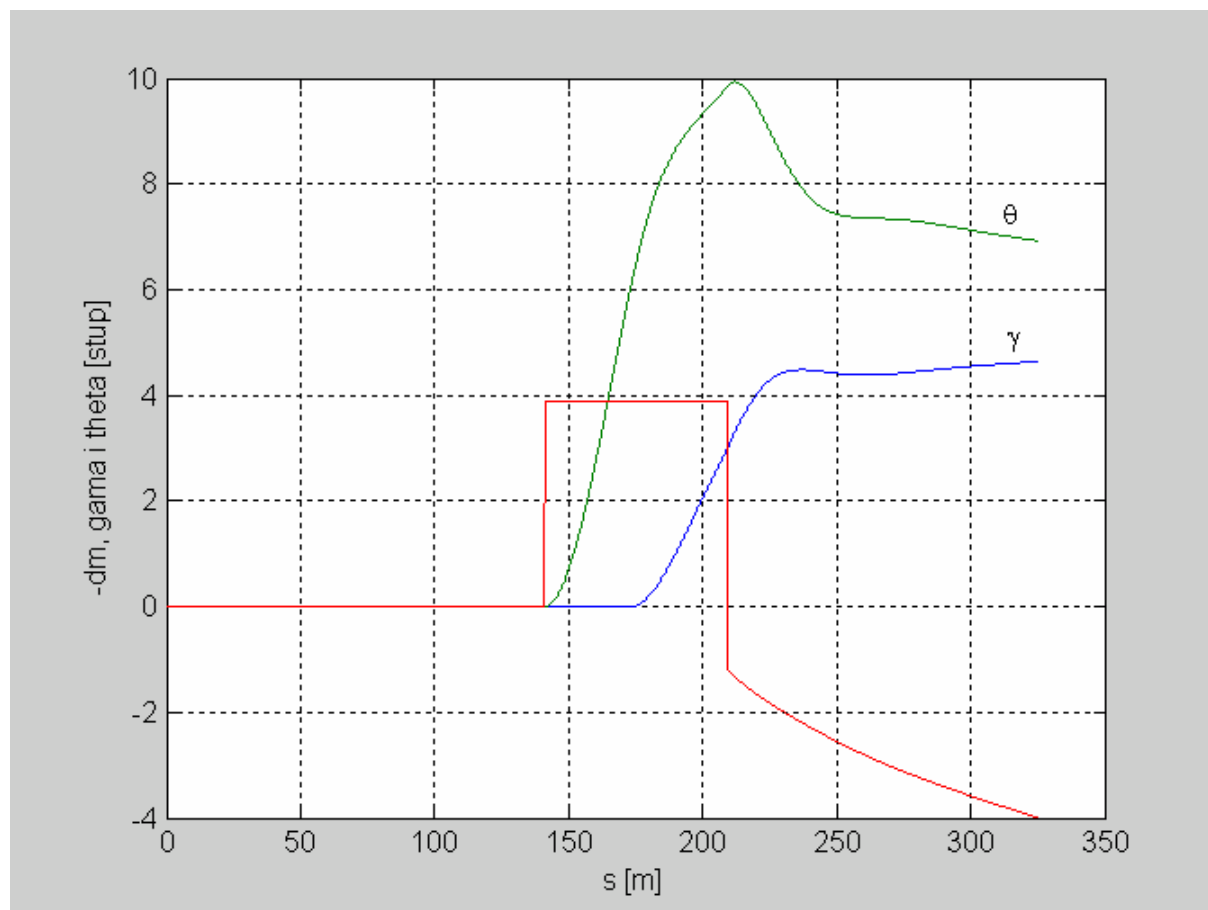
u kojoj je

$$\eta_{el} = -1.4473 J^4 + 2.4557 J^3 - 2.7437 J^2 + 2.3597 J$$

Program se nalazi na disketi u direktoriju **performanse\polijetanje\model** zove se **simpol.m**, ima 9 subrutina. S tim programom dobivene su ovisnost kuta propinjanja $\vartheta(s)$ i kuta penjanja $\gamma(s)$ o prijedenom putu kao na slici 7.

Dobiveni rezultati su prikazani tabelarno:

	s	v	t	ϑ	γ
odvajanje prednjeg kotača	141.1	26.8	9.88	0	0
odvajanje zadnjih kotača	173.9	29.4	11.05	6.2	0
$h = 10.67 \text{ m}$	325.3	33.6	15.77	6.9	4.6



Slika 9-7

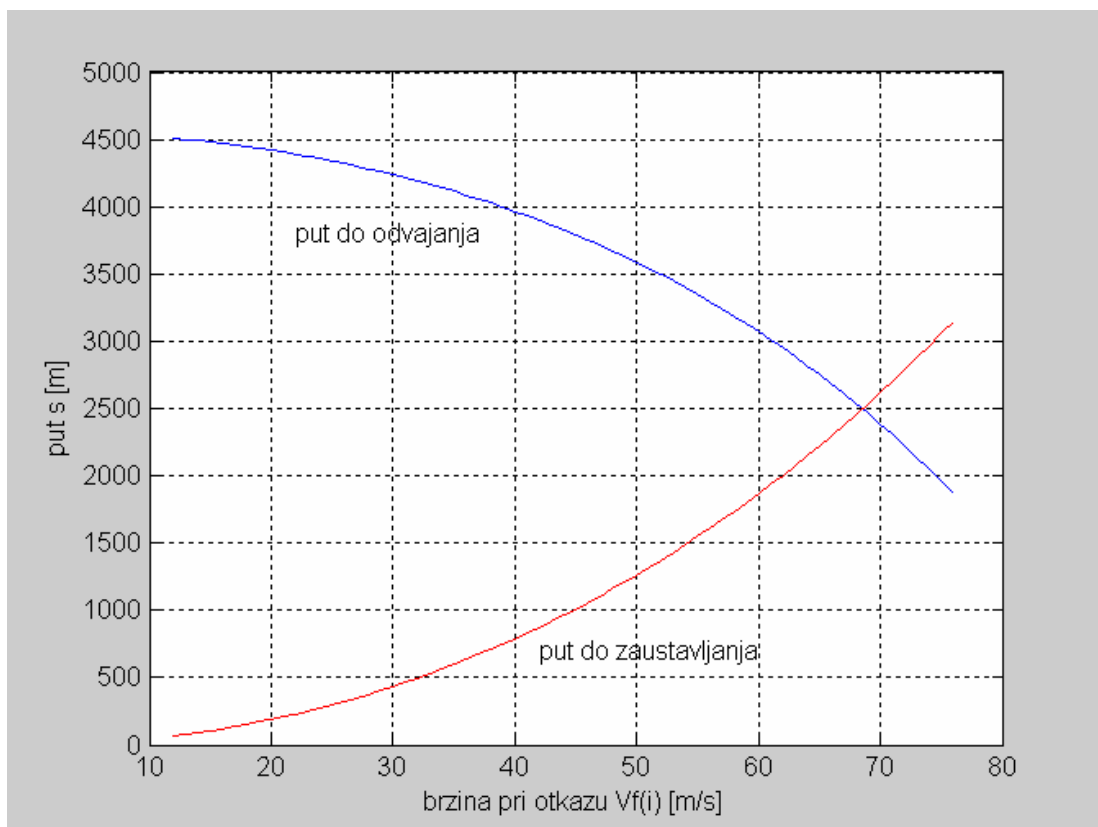
9.1.11 Sigurnost polijetanja

Kada je riječ o zrakoplova s više motora, u odjeljku 7.3.3 vidjeli smo da postoji jedna minimalna aerodinamička brzina pri kojoj je moguće maksimalnim otklonom kormila pravca kompenzirati moment skretanja koji nastaje otkazom jednog bočnog motora. Tu brzinu zovemo V_{mca} (*minimum control speed*). Ta brzina je dosta manja od brzine odvajanja V_{TO} . Ako se otkaz jednog bočnog motora dogodi u zalijetanju pri brzini V_{fail} koja je manja od V_{mca}

zrakoplov mora kočiti, a ako se otkaz motora dogodi u zalijetanju kad je $V_{mca} > V_{fail} > V_{mca}$, postoje dvije mogućnosti:

- kočiti zrakoplov dok ne stane,
- nastaviti polijetanje s jednim motorom jer se zrakoplov može držati u željenom pravcu, a poslije polijetanja sletjeti na pistu.

Jasno je da zrakoplov s jednim motorom ima znatno manje ubrzanje, što zahtijeva duži put zalijetanja od onog koji normalno treba s dva motora te je pitanje da li imamo dovoljno piste za polijetanje. S druge strane pitanje je također da li imamo dovoljno piste za kočenje. Koje od ove dvije mogućnosti treba realizirati? Da bi odgovorili na to pitanje, promatrimo dijagram na slici 9-8. Na apscisi je brzina zrakoplova u trenutku otkaza motora V_{fail} .



Slika 9-8 Duljina puta do odvajanja i do zaustavljanja

Donja krivulja na apscisi ima "put od starta do zaustavljanja" koji je zbroj dva dijela:

- u prvom dijelu zrakoplov je ubrzavao s dva motora do brzine V_{fail} , a
- u drugom djeluje je kočio s jednim motorom od brzine V_{fail} do zaustavljanja.

Gornja krivulja ima apscisu koja je zbroj dva dijela:

- prvi dio je isto pređeni put zrakoplova za vrijeme ubrzavanja s dva motora od starta do brzine otkaza V_{fail} , a
- drugi je ubrzavanje s jednim motorom od brzine otkaza V_{fail} do brzine odvajanja V_{TO} .

Gornja krivulja pokazuje da će ukupna duljina biti veća ako je otkaz motora nastao pri manjoj brzini, pa krivulja pada s povećanjem brzine V_{fail} . Dijagrama pokazuje da se te dvije krivulje sijeku za neku brzinu V_1 . Ako je u trenutku otkaza $V_{fail} < V_1$, onda je kraći put do zaustavljanja i pilot treba kočiti. I obrnuto, ako je u trenutku otkaza $V_{fail} > V_1$, pilot treba nastaviti proceduru polijetanja, poletjeti, te onda donijeti odluku što raditi. Ta brzina V_1 se naziva brzina odlučivanja (*decision speed*).

U gornjem dijagramu krajnja točka predstavlja brzinu odvajanja V_{TO} , pa ako je otkaz motora i nastao kad je brzina zrakoplov dostigla tu vrijednost, put do odvajanja isti je kao da nije bilo otkaza. Prema tome očito je da dužina piste za zalijetanje treba biti iz sigurnosnih razloga veća od one koju teoretski određujemo. Ta dužina piste za zalijetanje s_g mora odgovarati dužini piste ako je otkaz nastao pri brzini odlučivanja V_1 , a ta dužina piste dosta je veća od one u normalnom zalijetanju (s_g). Upravo je to jedan od zahtjeva koji mora zadovoljiti dužina piste. Jasno je da ta brzina V_1 mora biti manja od brzini V_R , a veća od V_{cm} .

To znači da je najveća duljina piste potrebna zrakoplovu kome je otkazao jedan motor pri brzini odluke V_1 . Tom istom zrakoplova bit će potrebna i najveća duljina polijetanja kad s jednim motorom postigne visinu $h_{obstacle}$.

9.1.12 Primjer

Neka su

$$S = 511 \text{ m}^2, \quad m = 228.7 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

$$T = 705.2 \cdot 10^3 \cdot (1 - 2.94 \cdot 10^{-3}V + 4.97 \cdot 10^{-6}V^2) \text{ N}.$$

Za konfiguraciju u zalijetanju u prisustvu tla:

$$C_{D0} = 0.0364, \quad K = 0.0095, \quad C_L = C_{L0} = 0.654.$$

Sila kočenja pomoću dva motora je $T_{0r} = -352.6 \cdot 10^3 \text{ N}$, a koeficijent kočenja kotačima je $\mu_r = 0.20$

Konfiguracija u polijetanju ima $C_{L_{\max}} = 1.80$,

Za ovaj primjer nacrtati:

- duljinu puta do odvajanja ako je pri brzini V_f otkazao jedan motor, u ovisnosti o toj brzini
- duljinu do zaustavljanja ako je poslije otkaza pri brzini V_f pilot kočio s preostalim jednim motorom i kočnicama na kotačima.

Za rješenje ovog problema služimo se zaključkom iz primjera 9.1.7. Tako je napravljen program koji se nalazi u direktoriju *Performanse\Poletanje* pod imenom *V1decision.m*, a rezultat primjene je prikazan na dijagramu slika 9-8.

9.1.13 Utjecaj vjetra

Utjecaj uzdužnog čeonog vjetra smanjuje duljinu zalijetanja i duljinu polijetanja pa nije bitan. Zrakoplovi nikad ne polijeću niz vjetar, pa se taj slučaj ne razmatra.

Kada smo promatrali utjecaj bočne komponente vjetra na stabilnost gibanja zrakoplova vidjeli smo da bočna komponenta vjetra (s lijeva na desno) stvara negativan kut klizanja

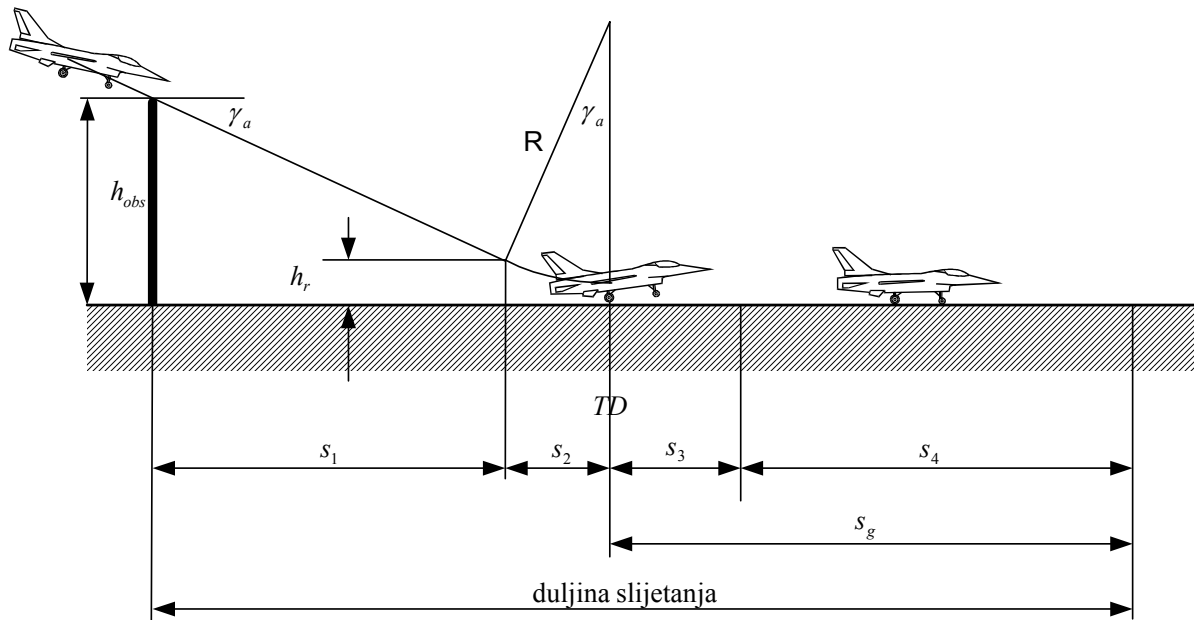
$$\tan \beta = -\frac{V_{WZ}}{V_K + V_{WX}}$$

Ako ne otklonimo kormilo pravca, statički stabilan zrakoplov okrenut će se u pravcu vjetra, za taj kut klizanja, i time nastaviti gibanje uz vjetar a ne u pravcu piste. Zato treba otkloniti kormilo pravca (ali i krilca) kako bi zrakoplov ostao na istom pravcu gibanja duž piste (vidi 7.3.3). U poglavlju 7.3.3 vidjeli smo da postoji neka vrijednost kuta klizanja do koje je moguće kompenzirati utjecaj bočnog vjetra na pravac gibanja, jer je otklon kormila pravca ograničen maksimalnom vrijednošću. Prema propisima za konstrukciju zrakoplova, kormilo pravca mora biti u stanju osigurati pravac leta kada je kut klizanja $\beta = 10^\circ$ u trenutku odvajanja zrakoplova od piste, jer je kut klizanja najveći kad je najmanja brzina leta, a najmanja brzina leta je u trenutku odvajanja. To znači da se smije polijetati ako je bočna komponenta vjetra manja od

$$V_{W \text{ bočoč}} < V_{TO} \tan 10^\circ = 0.176 \cdot V_{TO}.$$

S obzirom na to što vjetar nikad nije konstantan, mora se uzeti i određena rezerva zbog trenutnih udara vjetra, pa se ova vrijednost još umanjuje. Nazovimo je dopuštena vrijednost bočnog vjetra.

9.2 Slijetanje (*landing*)



Slika 9-9

9.2.1 Opis slijetanja

Slijetanje započinje s visine h_{obs} . Od tog mjesta počinje se mjeriti duljina slijetanja, pa sve do zaustavljanja letjelice. Zrakoplov dolazi na slijetanje bez pogona, s malim kutom γ_a i s aerodinamičkom brzinom koja prema propisima mora biti veća ili jednaka $1.3 \cdot V_{stall}$.

Slijetanje ima četiri dijela:

- prvi dio od visine h_{obs} do visine h_r , gdje započinje vertikalni zaokret,
- drugi dio je vertikalni zaokret od visine h_r do dodira zadnjih kotača s pistom,
- treći dio je do dodira prednjeg kotača s pistom i
- četvrti dio je usporavanje na pisti.

U prvom dijelu slijetanja zrakoplov nastavlja pravolinijsko spuštanje do visine h_r koja mu odgovara za vertikalni zaokret da bi na kraju zaokreta tangirao pistu. U zaokretu pilot kontrolira polumjer s promjenom opterećenja n . Prijelaz od kraja zaokreta do dodira s pistom treba se ostvariti bez velikog vertikalnog ubrzanja. Usporavanje na pisti ostvaruje se najprije aerodinamičkim kočnicama, zatim ako zrakoplov to omogućuje, motorom i na kraju mehaničkim kočnicama na kotačima.

9.2.2 Prvi dio - spuštanje

Kao i za polijetanje, slijetanje se vrši isto uz vjetar. To znači ako imamo vjetar to je čeonu vjetar.

Visina h_{obst} , odakle počinje slijetanje, ista je kao za polijetanje. Na tu visinu zrakoplov treba doći s brzinom većom od $1.3 \cdot V_{stall}$, a od te visine treba letjeti bez pogona pa je kut spuštanja

$$\tan|\gamma_a| = \frac{C_D}{C_L}$$

Pilot postavlja napadni kut kome odgovara potreban koeficijent uzgona, da bi prema ovoj jednadžbi imali propisani kut spuštanja γ_a . Na prvom dijelu spuštanja zrakoplov leti pravocrtno do visine h_r , koja mu odgovara za početak zaokreta ($h_r \leq h_{obst}$) u drugom dijelu.

Prijeđeni put u prvom dijelu od visine h_{obst} do visine h_r ima horizontalnu projekcija

$$x_l = \frac{h_{obst} - h_r}{\tan \gamma_a}$$

9.2.3 Drugi dio - zakret do dodira zadnjih kotača s pistom

Dio leta zrakoplova s visine h_r , gdje ima kut poniranja γ_a , do horizontalnog leta $\gamma = 0$ kad bi zrakoplov trebao imati visinu $h = 0$, je zaokret u vertikalnoj ravnini određen jednadžbama:

$$m \frac{dV}{dt} = T - D - W \sin \gamma$$

$$mV \frac{d\gamma}{dt} = L - W \cos \gamma$$

$$\frac{dx}{dt} = V_K \cos \gamma$$

$$\frac{dz}{dt} = V_K \sin \gamma$$

Ako želimo zrakoplov s visine h_r i s kutom poniranja γ_a , spustiti na pistu u vertikalnom zaokretu po kružnici, onda ga treba voditi po kružnici čiji je polumjer

$$R = \frac{h_r}{1 - \cos \gamma_a}$$

Da bi zrakoplov imao taj R tijekom zaokreta, potrebno je u svakom trenutku opterećenje:

$$n_{potrebno} = \frac{V^2}{gR} + \cos \gamma$$

koje ovisi o brzini i kutu. To potrebno opterećenje postizemo promjenom koeficijenta uzgona

$$n = \frac{\rho V^2 S_{ref} C_L}{2W}.$$

Ako se zrakoplov kretao po kružnici konstantnog polumjera R , onda je duljina drugog dijela slijetanja:

$$s_2 = R \sin \gamma_a.$$

Kad je zrakoplov dodirnuo pistu, gotov je drugi dio slijetanja. Pilot postavlja kormilo visine na nulu, i zrakoplov započinje treći dio slijetanja.

9.2.4 Treći dio - rotacija zrakoplova

U ovom dijelu polijetanja zrakoplov se giba zadnjim kotačima po pisti i okreće se dok prednji kotač ne dodirne pistu. Za to gibanje koristimo isti model koji smo koristili u drugom dijelu polijetanja, jer je to isto gibanje samo u suprotnom smjeru. Razlika je što u slijetanju nemamo pogonsku silu. Kao i u polijetanju u ovom dijelu nećemo uzeti u obzir utjecaj vjetera i smatrat ćemo da je kut brzine $\gamma \approx 0$.

Moment otpora oslonca isti je kao pri polijetanju (slika 9-5):

$$M^R = -R r \cdot [\cos(\vartheta + \varepsilon) + \mu \sin(\vartheta + \varepsilon)]$$

a jednažba otpora oslonca R , zato što zanemarujemo kut γ , se pojednostavljuje:

$$R = W - L \cos \gamma + D \sin \gamma - T \sin \gamma \approx W - L,$$

Jednažba gibanja duž brzine je

$$\dot{V}_k m = -D - \mu R \cos \gamma - (W - R) \sin \gamma \approx -D - \mu R.$$

Kao i u slučaju drugog dijela polijetanja pri slijetanju u drugom dijelu imamo nepoznate funkcije V , q , ϑ i s koje trebamo odrediti iz diferencijalnih jednažba:

$$\dot{V} = -\frac{D + \mu R}{m}$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{M + M^R}{I_y}$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = q$$

$$\frac{ds}{dt} = V,$$

U silu uzgona i momentu propinjanja napadni kut je $\alpha = \vartheta - \gamma \approx \vartheta$, a otklon kormila visine $\delta_m = 0$, pa su aerodinamički koeficijenti C_m i C_L :

$$C_m = C_{m0} + C_{m\alpha} \mathcal{G}$$

$$C_L = C_{L0} + C_{L\alpha} \mathcal{G}$$

i algebarskih jednadžba:

$$R = W - L$$

$$M^R = -R r \cdot [\cos(\mathcal{G} + \varepsilon) + \mu \sin(\mathcal{G} + \varepsilon)].$$

Tijekom trećeg dijela kut propinjanja zrakoplova \mathcal{G} se smanjuje od početne vrijednosti s kojom smo dotakli pistu (na kraju zaokreta) do vrijednost \mathcal{G}_0 koja je određena geometrijom podvoza. u trenutku dodira prednjeg kotača s pistom.

9.2.5 Četvrti dio - usporavanje

Na kraju rotacije zrakoplova brzina je paralelna pisti. Tada, ako je to moguće, zrakoplov koči aerodinamički i motorom, a na kraju i kočnicama na kotačima. Model gibanja zrakoplova na pisti isti je kao u zalijetanja pri polijetanju, samo što je pogonska sila negativna konstantna vrijednost koja odgovara kočenju motorom ili je nema:

$$m \frac{dV_K}{dt} = T_0 - D - \mu \cdot (W - L) \equiv F$$

$$\frac{dx}{dt} = V_K$$

Za razliku od polijetanja, na početku ovog dijela imamo aerodinamičku brzinu V_R , a na kraju je ona V_0 (ukoliko ima vjetra)

$$s_4 = \int_{V_R}^{V_0} \frac{V dV}{a(V)} - |V_W| \int_{V_R}^{V_0} \frac{dV}{a(V)}$$

$$a = \frac{T_0}{m} - \frac{\rho V^2}{2m} S(C_D - \mu C_L) - \mu g,$$

pa je ubrzanje te sile

$$a = \frac{F}{m} = A - CV^2 < 0,$$

gdje je V aerodinamička brzina, a konstante su:

$$A = \frac{T_0}{m} - \mu g$$

$$C = \frac{\rho S}{2m} (C_{D0} + KC_L^2 - \mu C_L)$$

Napadni kut gotovo je uvijek jednak nuli.